



۱. اگر ماتریس  $A$  همگرا باشد کدامیک از گزینه ها ی زیر در مورد  $A$  درست است.

الف  $A$  اکیدا قطر غالب است

ب  $\rho(A) > 1$

ج  $\lim_{n \rightarrow \infty} \|A^n\| = 0$

د  $\|A\|_{\infty} = 0$

۲. اگر  $A$  یک ماتریس باشد کدام گزینه صحیح است.

الف  $\det(A) = \sum_{i=1}^n \lambda_i$

ب  $\rho(A) \leq \|A\|$

ج  $tr(A) = \prod_{i=1}^n \lambda_i$

د  $tr(I_n) = 1$

۳. اگر ماتریس مربع  $A$  در رابطه  $A^2 + A + I = 0$  صدق کند آنگاه  $A^{-1}$  کدام است؟

الف  $-(A^2 + A)$

ب  $(A + I)$

ج  $A^2 + A$

د  $-(A + I)$

۴. کدامیک از گزینه های زیر درست است.

الف اگر  $A$  یک ماتریس متقارن باشد آنگاه  $tr(A^2) = 0$

ب اگر  $A$  یک ماتریس حقیقی و متقارن باشد آنگاه مقادیر ویژه  $A$  صفر یا موهومی محض اند.

ج هرگاه  $A$  یک ماتریس معین مثبت و یا اکیدا قطر غالب باشد آنگاه  $A$  نامنفرد است.

د بردارهای ویژه ماتریس های  $A$  و  $A^{-1}$  یکسان نیستند.

۵. کدامیک از ماتریس های زیر هرمیتی است.

الف  $\begin{bmatrix} 5 & 6-i \\ 6-i & 3 \end{bmatrix}$

ب  $\begin{bmatrix} 5-i & 5+i \\ 2-i & 2+i \end{bmatrix}$

ج  $\begin{bmatrix} 2 & 3-i \\ 3+i & 3 \end{bmatrix}$

د  $\begin{bmatrix} 4-i & 5 \\ 5 & 3+i \end{bmatrix}$

۶. برای بردار  $x = (2, -1, -2, 1)$  مقدار  $\|x\|_5$  را پیدا کنید.

الف ۱

ب  $\sqrt[5]{66}$

ج  $\sqrt[5]{10}$

د صفر

۷. اگر برای بدست آوردن دترمینان ماتریس زیر از محورگیری کلی استفاده شود عنصر محوری در مرحله اول کدام خواهد بود؟

$$\begin{bmatrix} 3 & 5 & -6 & 7 \\ 2 & 3 & -9 & 1 \\ 4 & 3 & -5 & 2 \\ 3 & 6 & 2 & 8 \end{bmatrix}$$

الف ۸

ب ۳

ج ۹

د -۹



۸. اگر برای حل دستگاه 
$$\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 + x_3 = 4 \\ x_1 - x_2 - x_3 = 3 \\ x_1 - 2x_2 + x_3 = 4 \end{cases}$$
 از روش گاوس سایدل با  $x^{(0)} = (1, 0, 0)$  استفاده شود. مقدار  $x^{(2)}$  کدام است؟

الف  $(4, 3, 4)$       ب  $(\frac{-34}{9}, \frac{13}{9}, \frac{-28}{9})$       ج  $(\frac{34}{9}, \frac{13}{9}, \frac{28}{9})$       د  $(\frac{4}{3}, \frac{-5}{3}, \frac{-2}{3})$

۹. اگر بخواهیم ماتریس  $\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{bmatrix}$  را با استفاده از تجزیه دو لیتل به حاصلضرب LU تجزیه کنیم دو ماتریس L و U کدامند؟

الف  $\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 4 & -1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & \frac{3}{2} \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$       ب  $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$

ج  $\begin{bmatrix} \sqrt{2} & 0 \\ 2\sqrt{2} & 2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \sqrt{2} & \frac{3\sqrt{2}}{2} \\ 0 & \frac{-1}{2} \end{bmatrix}$       د  $\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 4 & 5 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 3 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$

۱۰. ماتریس تکرار با استفاده از روش گاوس سایدل کدام است؟ ( $U, D, L$ ) بخش های پایین مثلثی، قطری، بالا مثلثی A می باشند).

الف  $-D^{-1}(L + U)$       ب  $-(L + D)U^{-1}$       ج  $-(L + U)D^{-1}$       د  $-(L + D)^{-1}U$

۱۱. اگر T ماتریس تکرار در روش SOR و  $\lambda_i$  مقدار ویژه ماتریس B گاوس سایدل باشد در این صورت مقدار ویژه T کدام خواهد بود؟

الف  $-w(1 - \lambda_i)$       ب  $w\lambda_i$       ج  $\lambda_i$       د  $1 - w(1 - \lambda_i)$

۱۲. مجموع و حاصلضرب مقادیر ویژه ماتریس  $\begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 0 & -1 & 4 \\ 2 & 5 & 6 \end{pmatrix}$  کدام گزینه است.

الف  $\sum_{i=1}^n \lambda_i = 26$  ,  $\prod_{i=1}^n \lambda_i = -7$       ب  $\sum_{i=1}^n \lambda_i = -7$  ,  $\prod_{i=1}^n \lambda_i = 26$

ج  $\sum_{i=1}^n \lambda_i = -26$  ,  $\prod_{i=1}^n \lambda_i = 7$       د  $\sum_{i=1}^n \lambda_i = 7$  ,  $\prod_{i=1}^n \lambda_i = -26$

۱۳. اگر A یک ماتریس معین مثبت و سه قطری باشد و  $\rho(B_g) = 0/75$  در اینصورت بهترین انتخاب w با روش SOR کدام است؟

الف  $1/33$       ب  $1/5$       ج  $1/65$       د  $0/25$



۱۴. برای ماتریس  $A = \begin{bmatrix} 3 & 5 & -1 \\ 2 & -6 & 4 \\ 5 & -1 & -2 \end{bmatrix}$  دایره قضیه گرشگورین کدامند؟

الف  $R_1 = \{z \in \mathbb{C} \mid |z - 3| \leq 4\}$  ,  $R_2 = \{z \in \mathbb{C} \mid |z + 6| \leq 6\}$  ,  $R_3 = \{z \in \mathbb{C} \mid |z + 2| \leq 4\}$

ب  $R_1 = \{z \in \mathbb{C} \mid |z - 3| \leq 6\}$  ,  $R_2 = \{z \in \mathbb{C} \mid |z + 6| \leq 6\}$  ,  $R_3 = \{z \in \mathbb{C} \mid |z + 2| \leq 6\}$

ج  $R_1 = \{z \in \mathbb{C} \mid |z - 3| \leq 6\}$  ,  $R_2 = \{z \in \mathbb{C} \mid |z - 6| \leq 6\}$  ,  $R_3 = \{z \in \mathbb{C} \mid |z - 2| \leq 6\}$

د  $R_1 = \{z \in \mathbb{C} \mid |z - 3| \leq 4\}$  ,  $R_2 = \{z \in \mathbb{C} \mid |z - 6| \leq 6\}$  ,  $R_3 = \{z \in \mathbb{C} \mid |z - 2| \leq 4\}$

۱۵. کدام یک از گزینه های زیر درست است؟

الف  $\rho(A) \leq \|A\|_\infty \leq \|A\|_1$

ب  $\rho(A) \geq \min(\|A\|_1, \|A\|_\infty)$

ج اگر  $A$  یک ماتریس متقارن و معین نامنفی باشد آنگاه:  $\rho(A) = \max_{\|X\|_2=1} X^t A X$

د  $\rho(A) \leq \|A\|_1 \leq \|A\|_\infty$

۱۶. ماتریس  $A = \begin{bmatrix} 3 & 4 \\ 4 & 3 \end{bmatrix}$  را در نظر بگیرید، کدام گزینه  $\|A\|_2$  می باشد؟

د ۷

ج ۱۶

ب ۱

الف  $\sqrt{7}$

۱۷. درمورد یافتن نزدیکترین مقدار ویژه  $A$  به عدد  $P$  کدام گزینه درست است؟

الف با روش توانی، بزرگترین مقدار ویژه  $A-PI$  از نظر قدر مطلق محاسبه می شود.

ب با روش معکوس توانی، کوچکترین مقدار ویژه  $(A-pI)$  از نظر قدر مطلق محاسبه می شود.

ج با روش معکوس توانی، بزرگترین مقدار ویژه  $A-PI$  از نظر قدر مطلق محاسبه می شود.

د با روش توانی، کوچکترین مقدار ویژه  $A-pI$  از نظر قدر مطلق محاسبه می شود.

۱۸. بزرگترین مقدار ویژه ماتریس  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$  از نظر قدر مطلق با فرض  $Y^0 = (1,1)^t$  به روش توانی در مرحله اول کدام است؟

د  $\frac{13}{5}$

ج ۳

ب ۶

الف ۵

۱۹. ضرایب چند جمله ای  $p(\lambda)$  در  $p(\lambda) = \lambda^n + p_1\lambda^{n-1} + \dots + p_n$  که از رابطه  $p_n = -\frac{1}{n}(s_n + p_1s_{n-1} + \dots + p_{n-1}s_1)$  قابل

محاسبه است در کدام روش مورد استفاده قرار می گیرد.

د روش لوریبر

ج روش ضرایب نا معین

ب روش کرلیف

الف روش LR

۲۰. کدام گزینه برای ماتریس هاوس هولدر صحیح است ؟

ب  $P^t = -P$

الف  $P = VV^t - I_n$

د ماتریس هاوس هلدر  $P$  یک ماتریس متعامد است .

ج  $P^p = P$



## سوالات تشریحی

بارم هر سوال ۲ نمره است

$$A = \begin{bmatrix} 6 & 2 & 1 & -1 \\ 2 & 4 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 4 & -1 \\ -1 & 0 & -1 & 3 \end{bmatrix}$$

۱. نشان دهید که ماتریس  $A$  معین مثبت است.

۲. با استفاده از روش چولسکی ماتریس  $A$  در سوال ۱ را به حاصلضرب  $LL^t$  تجزیه کنید.

۳. ثابت کنید اگر  $X^{(K)} = BX^{(K-1)} + C$  و  $C \neq 0$  آنگاه بازای هر انتخاب  $X^{(0)} \in \mathbb{R}^n$  دنباله  $X^{(k)}$  به بردار  $X$  (جواب دستگاه  $AX=b$ ) همگرا خواهد بود اگر و فقط اگر  $\rho(B) < 1$

۴. با استفاده از روش کرلیف و انتخاب بردار اولیه  $Y^{(0)} = (1, 0, 0, 0)^t$  چند جمله ای مشخصه ماتریس زیر را بدست آورید.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 & 2 \\ 4 & 3 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

۵. دستگاه معادلات دیفرانسیل مرتبه اول زیر را حل کنید

$$\frac{du_1(t)}{dt} = 2u_1(t) + 3u_2(t) + 2u_3(t)$$

$$\frac{du_2(t)}{dt} = 1 \cdot u_1(t) + 3u_2(t) + 4u_3(t)$$

$$\frac{du_3(t)}{dt} = 3u_1(t) + 6u_2(t) + u_3(t)$$



Asansoal.ir

آسان سوال

1	ج
2	ب
3	د
4	ج
5	ج
6	ب
7	د
8	ج
9	ب
10	د
11	د
12	د
13	الف
14	ب
15	ج
16	د
17	ب
18	الف
19	د
20	د



۱- ماتریس مربع  $A$  را پایین هسنبرگی می گویند هرگاه:

$$a_{ij} = 0, \quad j \geq i + 1 \quad .2 \qquad a_{ij} = 0, \quad j > i + 1 \quad .1$$

$$a_{ij} = 0, \quad i \geq j + 1 \quad .4 \qquad a_{ij} = 0, \quad i > j + 1 \quad .3$$

۲- اگر  $A$  یک ماتریس مربعی و وارونپذیر باشد، کدام یک از گزینه های زیر صحیح است؟

$$tr(A^{-1}) = -tr(A) \quad .2 \qquad \det(A^{-1}) = -\det(A) \quad .1$$

$$tr(A^k) = (tr(A))^k \quad .4 \qquad \det(A^k) = (\det(A))^k \quad .3$$

۳- ماتریسی که از تغییر مکان سطرهای یک ماتریس همانی حاصل شود، چه نام دارد؟

۱. ماتریس متقارن      ۲. ماتریس جایگشت      ۳. ماتریس پاد متقارن      ۴. ماتریس متعامد

۴- ماتریس  $A$  یک ماتریس نامنفرد است اگر...

۱.  $A$  یک ماتریس متقارن باشد.      ۲.  $A$  یک ماتریس متعامد باشد.  
۳.  $A$  یک ماتریس قطری غالب باشد.      ۴.  $A$  یک ماتریس معین مثبت باشد.

۵- اگر  $A$  یک ماتریس  $n \times n$  باشد، کدام یک از گزینه های زیر درست است؟

۱. اگر  $rank(A|b) = rank(A) = n$  آنگاه دستگاه  $Ax = b$  بی نهایت جواب دارد.

۲. اگر  $rank(A|b) = rank(A) < n$  آنگاه دستگاه  $Ax = b$  جواب یکتا دارد.

۳. اگر  $rank(A|b) \neq rank(A)$  آنگاه دستگاه  $Ax = b$  جواب ندارد.

۴. اگر  $rank(A|b) = rank(A) = n$  آنگاه دستگاه  $Ax = b$  جواب ندارد.

۶- عدد شرطی ماتریس  $A = \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ 5 & 2 \end{bmatrix}$  با نرم  $\|\cdot\|_\infty$  کدام است؟

۴۲ . ۴

۴ . ۳

۱۴ . ۲

۷ . ۱



۷-  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 5 & 4 & -1 \\ -2 & 0 & 6 \end{bmatrix}$  باشد، در این صورت  $\|A\|_1$  و  $\|A\|_\infty$  به ترتیب برابرند با:

۴. ۸ و ۶

۳. ۶ و ۸

۲. ۱۰ و ۸

۱. ۸ و ۱۰

۸- فرض کنید ماتریس  $A$  را به روش تجزیه دولیتل به حاصلضرب  $LU$  تجزیه کنیم، در این صورت:

۱. مقادیر قطری ماتریس  $L$  را یک انتخاب می کنیم.

۲. مقادیر قطری ماتریس  $U$  را یک انتخاب می کنیم.

۳. مقادیر قطری ماتریس  $L$  را صفر انتخاب می کنیم.

۴. مقادیر قطری ماتریس  $U$  را صفر انتخاب می کنیم.

۹- فرض کنید  $P(\lambda) = \lambda^2 - 5\lambda + 6$  چندجمله ای مشخصه ماتریس  $A_{2 \times 2}$  باشد. ماتریس  $A^{-1}$  در کدام رابطه صدق می کند؟

۲.  $A^{-1} = \frac{5}{6}I - \frac{1}{6}A$

۱.  $A^{-1} = \frac{5}{6}I - \frac{1}{6}A$

۴.  $A^{-1} = A + I$

۳.  $A^{-1} = A - 5I$

۱۰- اگر  $A$  یک ماتریس اکیدا قطری غالب باشد، کدام روش برای حل دستگاه  $Ax = b$  پایدار بوده و دارای حجم عملیات کمتری است؟

۲. روش حذفی گوس با محورگیری کلی

۱. روش حذفی گوس با محورگیری جزئی

۴. روش حذفی گوس با محورگیری جزئی مقیاس شده

۳. روش حذفی گوس بدون محورگیری

۱۱- فرض کنید  $L$ ،  $D$  و  $U$  به ترتیب بخش های پایین مثلثی، قطری و بالا مثلثی ماتریس  $A$  باشند. در این صورت ماتریس  $C$  در دنباله تکراری حاصل از روش ژاکوبی به صورت  $X^{(k)} = BX^{(k-1)} + C$  کدام است؟

۴.  $-(L + D)^{-1}U$

۳.  $-D^{-1}(L + U)$

۲.  $D^{-1}b$

۱.  $(L + D)^{-1}b$

۱۲- اگر  $X^{(k)} = BX^{(k-1)} + C$  و  $C \neq 0$  آنگاه به ازای هر انتخاب  $X^{(0)} \in R^n$  دنباله  $X^{(k)}$  به جواب دستگاه  $AX = b$  همگرا خواهد بود اگر و فقط اگر:

۲.  $\rho(B) < 1$

۱.  $\|B\| < 1$

۴.  $A$  یک ماتریس معین مثبت باشد.

۳.  $A$  یک ماتریس اکیدا قطری غالب باشد.



۱۳- اگر  $B_j$  و  $B_g$  به ترتیب ماتریس های تکراری روش ژاکوبی و گاوس سایدل بوده و  $A$  یک ماتریس معین مثبت و سه قطری باشد آنگاه، کدام گزینه صحیح است؟

$$\rho(B_g) = \rho(B_j) < 1 \quad .2$$

$$\rho(B_g) = [\rho(B_j)]^2 < 1 \quad .1$$

$$\rho(B_g) = \frac{2}{1 + \sqrt{1 - [\rho(B_j)]^2}} < 1 \quad .4$$

$$\rho(B_j) = [\rho(B_g)]^2 < 1 \quad .3$$

۱۴- فرض کنید  $A$  یک ماتریس معین مثبت باشد. اگر بخواهیم دنباله حاصل از روش SOR برای هر انتخاب  $X^{(0)}$  به جواب دستگاه  $AX = b$  همگرا باشد، کدام گزینه می تواند یک انتخاب مناسب برای  $\omega$  باشد؟

$$\omega = 2.25 \quad .4$$

$$\omega = 0 \quad .3$$

$$\omega = 1 \quad .2$$

$$\omega = 2 \quad .1$$

۱۵- بعد از یک تکرار از روش توانی با انتخاب  $X^{(0)} = (1, 1, 1)^T$ ، بزرگترین مقدار ویژه ماتریس  $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 2 \\ 10 & 3 & -4 \\ 3 & 6 & 1 \end{bmatrix}$

کدام است؟

$$10 \quad .4$$

$$9 \quad .3$$

$$17 \quad .2$$

$$7 \quad .1$$

۱۶- مجموع و حاصلضرب مقادیر ویژه ماتریس  $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 3 & 5 & 2 \\ 1 & 4 & 3 \end{bmatrix}$  به ترتیب کدام هستند؟

$$7 \text{ و } 9 \quad .4$$

$$9 \text{ و } 7 \quad .3$$

$$-9 \text{ و } 7 \quad .2$$

$$7 \text{ و } -9 \quad .1$$

۱۷- اگر تبدیلات گیونز بر روی ماتریس نامتقارن  $A$  اعمال شود، کدام گزینه صحیح است؟

۱. ماتریس  $A$  به یک ماتریس سه قطری تبدیل می شود.

۲. ماتریس  $A$  به یک ماتریس مثلثی تبدیل می شود.

۳. ماتریس  $A$  به یک ماتریس هسنبرگی تبدیل می شود.

۴. ماتریس  $A$  به یک ماتریس متعامد تبدیل می شود.





۱۸- اگر  $P(\lambda) = (\lambda + 3)(\lambda - 1)$  چند جمله ای مشخصه ماتریس  $A_{2 \times 2}$  باشد،  $\det(A^3)$  کدام است؟

۳ . ۴

۳ . ۳

-۲۷ . ۲

۲۷ . ۱

۱۹- اگر  $\lambda = 3$  و  $X = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$  به ترتیب مقدار ویژه و بردار ویژه نظیر آن برای ماتریس معکوسپذیر  $A_{3 \times 3}$  باشند، کدام گزینه می تواند یک مقدار ویژه و بردار ویژه نظیر آن برای ماتریس  $A^{-1}$  باشد؟

۲.  $X = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$  و  $\lambda = 3$

۱.  $X = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$  و  $\lambda = 3$

۴.  $X = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$  و  $\lambda = \frac{1}{3}$

۳.  $X = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$  و  $\lambda = \frac{1}{3}$

۲۰- اگر  $\lambda_1$  و  $\lambda_2$  مقادیر ویژه ماتریس ضرایب دستگاه معادلات دیفرانسیل مرتبه اول با ضرایب ثابت

$$\begin{cases} u'(t) = a_1 u(t) + a_2 v(t) \\ v'(t) = b_1 u(t) + b_2 v(t) \end{cases}$$

و  $V_1$  و  $V_2$  به ترتیب بردارهای ویژه نظیر  $\lambda_1$  و  $\lambda_2$  باشند، آنگاه کدام گزینه می تواند

جواب این دستگاه معادلات دیفرانسیل باشد؟

۴.  $e^{\lambda_1} V_2$

۳.  $e^{\lambda_1} V_2 + e^{\lambda_2} V_1$

۲.  $e^{\lambda_2} V_1$

۱.  $e^{\lambda_1} V_1$

### سوالات تشریحی

۱- ثابت کنید مقادیر ویژه ماتریسهای هرمیتی، حقیقی هستند.



۱.۴۰ نمره

۲- دستگاه معادلات زیر را با استفاده از روش تجزیه چولسکی حل کنید.

$$2x_1 + 4x_2 - 6x_3 = -4$$

$$x_1 + 5x_2 + 3x_3 = 10$$

$$x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 5$$

۱.۴۰ نمره

۳- دو تکرار از روش SOR را با انتخاب  $\omega = 1.25$  و بردار اولیه  $X^{(0)} = (1, 1, 1)^T$  برای یافتن جواب دستگاه معادلات زیر بدست آورید.

$$\begin{cases} 4x_1 + 3x_2 = 24 \\ 3x_1 + 4x_2 - x_3 = 30 \\ -x_2 + 4x_3 = -24 \end{cases}$$

۱.۴۰ نمره

۴- اگر  $tr(A) = 4$ ،  $tr(A^2) = 96$ ،  $tr(A^3) = 712$  و  $tr(A^4) = 6992$  باشند، به روش لوریبر چندجمله ای مشخصه ماتریس  $A_{4 \times 4}$  را بیابید.

۱.۴۰ نمره

۵- جواب معادله دیفرانسیل با شرایط مرزی زیر را به ازای  $h = 0.2$  بیابید. (حل دستگاه نهایی لازم نیست)

$$\begin{cases} y'' + 4y' + xy = e^x, & 0 \leq x \leq 1, \\ y(0) = 0 \\ y(1) = 0 \end{cases}$$

سوال	جواب	سوال	جواب
1	الف	26	
2	ج	27	
3	ب	28	
4	د	29	
5	ج	30	
6	ب	31	
7	الف	32	
8	الف	33	
9	ب	34	
10	ج	35	
11	ب	36	
12	ب	37	
13	الف	38	
14	ب	39	
15	د	40	
16	د	41	
17	ج	42	
18	ب	43	
19	ج	44	
20	الف	45	
21		46	
22		47	
23		48	
24		49	
25		50	





۱- کدامیک از ماتریسهای زیر پایین هسنبرگی نمی باشد؟ (به ازای هر  $a_i \neq 0$  و  $a_i \in R$ )

$$\begin{matrix} \text{۱.} & \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & 0 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \\ \text{۲.} & \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & 0 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & 0 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{bmatrix} \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} \text{۳.} & \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & 0 \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \\ \text{۴.} & \begin{bmatrix} a_{11} & 0 \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \end{matrix}$$

۲- اگر  $A = \begin{bmatrix} 3+2i & 4-5i \\ -6i & 9+i\sqrt{2} \\ 7-i & 6+7i \end{bmatrix}$  ،  $A^*$  کدام است؟

$$\begin{matrix} \text{۱.} & \begin{bmatrix} 3-2i & 6i & 7+i \\ 4+5i & 9-i\sqrt{2} & 6-7i \end{bmatrix} \\ \text{۲.} & \begin{bmatrix} 3-2i & 6i \\ 6i & 9-i\sqrt{2} \\ 7+i & 6-7i \end{bmatrix} \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} \text{۳.} & \begin{bmatrix} 3+2i & -6i & 7-i \\ 4-5i & 9+i\sqrt{2} & 6+7i \end{bmatrix} \\ \text{۴.} & \begin{bmatrix} 3-2i & 4i \\ 6i & 9-i\sqrt{2} \\ 7+i & 6+7i \end{bmatrix} \end{matrix}$$



۳- کدام گزینه صحیح است؟

۱. اگر  $A_{n \times n}$  دارای دو سطر قرینه یکدیگر باشند انگاه:  $|A| = 0$

۲. اگر  $k$  برابر سطر  $n$  ام  $A_{n \times n}$  را به سطر اول  $A_{n \times n}$  اضافه کنیم انگاه: دترمینان ماتریس حاصل  $\frac{1}{k}$  برابر دترمینان ماتریس اولیه است.

۳. اگر سطر  $n$  ام  $A_{n \times n}$  در  $k$  ضرب شود انگاه: دترمینان ماتریس حاصل  $k^n$  برابر دترمینان ماتریس اولیه است.

۴. اگر به سطر  $n$  ام  $A_{n \times n}$  عدد  $k$  اضافه شود انگاه: دترمینان ماتریس حاصل  $k$  مرتبه بیشتر از دترمینان ماتریس اولیه است.

۴- با فرض  $rank(A); \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ -1 & 2 & -3 & 4 \\ 1 & 6 & 3 & 12 \end{bmatrix}$

۴ . ۴

۳ . ۳

۲ . ۲

۱ . ۱

۵- مقادیر ویژه ماتریس  $A = \begin{bmatrix} -4 & -2 \\ 10 & 4 \end{bmatrix}$  کدام است؟

$\pm 2$  . ۴

$\pm 2i$  . ۳

$-2$  و  $-2i$  . ۲

$2i$  و  $2$  . ۱

۶- با فرض  $x = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ -3 \end{bmatrix}$ ،  $\|x\|_\infty$  کدام است؟

$\sqrt{14}$  . ۴

۶ . ۳

۳ . ۲

۲ . ۱

۷- اگر  $A^2 + A + I = 0$ ؛ وارون  $A$  کدام است؟

$-(A + I)$  . ۴

$(A^2 + I)$  . ۳

$-(A^2 + I)$  . ۲

$A + I$  . ۱



۸- با فرض  $A = L + D + U$  که  $L$  پایین مثلثی اکید،  $D$  قطری اکید،  $U$  بالا مثلثی اکید است. برای حل دستگاه  $AX = b$  دنباله  $X^{(k)}$  در روش گوس-سایدل کدام است؟

$$X^{(k)} = (L + D)^{-1} U X^{(k-1)} + (L + D)^{-1} b \quad .1$$

$$X^{(k)} = -(L + D)^{-1} U X^{(k-1)} + (L + D)^{-1} b \quad .2$$

$$X^{(k)} = D^{-1}(L + U)X^{(k-1)} + D^{-1}b \quad .3$$

$$X^{(k)} = -D^{-1}(L + U)X^{(k-1)} + D^{-1}b \quad .4$$

۹- اگر  $X^{(k)} = C + BX^{(k-1)}$ ،  $C \neq 0$ ، نگاه به از هر انتخاب  $X^{(0)} \in R^n$  دنباله  $X^{(k)}$  به  $X$  (جواب دستگاه  $AX = b$ ) همگراست اگر و فقط اگر

$$\rho(A) < 1 \quad .1$$

$$\rho(B) < 1 \quad .2$$

$$\rho(B) \text{ موجود است} \quad .3$$

$$\rho(A) \text{ موجود است} \quad .4$$

۱۰- کدام گزینه صحیح است؟

$$.1 \text{ اگر } \rho(B) < 1 \text{ نگاه } I + B \text{ وارون پذیر است و } (I + B)^{-1} = \sum_{i=0}^{\infty} B^i$$

$$.2 \text{ اگر } \rho(B) < 1 \text{ نگاه } I - B \text{ وارون پذیر است و } (I - B)^{-1} = \sum_{i=0}^{\infty} B^i$$

$$.3 \text{ اگر } \rho(B) > 1 \text{ نگاه } I + B \text{ وارون پذیر است و } (I + B)^{-1} = \sum_{i=0}^{\infty} B^i$$

$$.4 \text{ اگر } \rho(B) > 1 \text{ نگاه } I - B \text{ وارون پذیر است و } (I - B)^{-1} = \sum_{i=0}^{\infty} B^i$$



۱۱- برای  $A_{n \times n}$  سرعت همگرایی روش توانی :

۱.  $\left| \frac{\lambda_1}{\lambda_p} \right|$  بستگی دارد به
۲.  $\left| \frac{\lambda_p}{\lambda_1} \right|$  بستگی دارد به
۳.  $\left| \frac{\lambda_p}{\lambda_1} \right|^n$  بستگی دارد به
۴.  $\left| \frac{\lambda_1}{\lambda_p} \right|^n$  بستگی دارد به

۱۲- فرض کنید  $\begin{cases} 10x_1 + 3x_2 + x_3 = 14 \\ 2x_1 - 10x_2 + 3x_3 = -5 \\ x_1 + 3x_2 + 10x_3 = 14 \end{cases}$  کدام گزاره صحیح است؟

۱. دنباله  $X^{(k)}$  از روش ژاکوبی به ازای هر انتخاب اولیه  $X^{(0)} \in R^{(n)}$  به جواب دستگاه مفروض همگراست، اما همگرایی دنباله  $X^{(k)}$  از روش گوس - سایدل به نقطه اولیه  $X^{(0)} \in R^{(n)}$  وابسته است.
۲. دنباله  $X^{(k)}$  از روش گوس - سایدل به ازای هر انتخاب اولیه  $X^{(0)} \in R^{(n)}$  به جواب دستگاه مفروض همگراست، اما همگرایی دنباله  $X^{(k)}$  از روش ژاکوبی به نقطه اولیه  $X^{(0)} \in R^{(n)}$  وابسته است.
۳. دنباله  $X^{(k)}$  از روش ژاکوبی و گوس - سایدل به ازای هر انتخاب اولیه  $X^{(0)} \in R^{(n)}$  به جواب دستگاه مفروض همگراست.
۴. همگرایی دنباله  $X^{(k)}$  از روش ژاکوبی و گوس - سایدل به نقطه اولیه  $X^{(0)} \in R^{(n)}$  وابسته است.

۱۳- عدد شرطی ماتریس  $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$  را با نرم  $\|\cdot\|_\infty$  بیابید.

۱. ۱      ۲. ۲      ۳. ۵      ۴. ۹

۱۴- کدام گزینه صحیح است؟

۱. اگر  $A$  یک ماتریس حقیقی باشد آنگاه مقادیر ویژه  $A$  صفر یا موهومی اند.
۲. اگر  $A$  یک ماتریس حقیقی باشد آنگاه دارای حداقل یک مقدار ویژه حقیقی محض است.
۳. اگر  $A$  یک ماتریس حقیقی باشد آنگاه دارای حداقل یک مقدار ویژه موهومی محض است.
۴. اگر  $A$  یک ماتریس حقیقی باشد و  $\alpha$  یک مقدار ویژه آن باشد آنگاه  $\bar{\alpha}$  نیز مقدار ویژه  $A$  است.



۱۵- فرض کنید  $A$  معکوس پذیر است .

اگر  $\lambda$  مقدار ویژه  $A$  و  $X$  بردار ویژه نظیر آن باشد . کدام گزینه صحیح است؟

۱.  $\lambda$  مقدار ویژه  $A^{-1}$  و  $\frac{1}{X}$  بردار ویژه نظیر آن باشد

۲.  $a$  مقدار ویژه  $A^{-1}$  و  $X$  بردار ویژه نظیر آن باشد

۳.  $\frac{1}{a}$  مقدار ویژه  $A^{-1}$  و  $X$  بردار ویژه نظیر آن باشد

۴.  $\frac{1}{a}$  مقدار ویژه  $A^{-1}$  و  $\frac{1}{X}$  بردار ویژه نظیر آن باشد

۱۶- کدام گزینه صحیح است؟

۱. مقادیر ویژه ماتریس مقدماتی  $\pm 1$  است

۲. مقادیر ویژه ماتریس متعامد  $\pm 1$  است.

۳. مقادیر ویژه ماتریس متعامد حقیقی و مثبت است.

۴. مقادیر ویژه ماتریس مقدماتی حقیقی و مثبت است.

۱۷- کدام گزاره صحیح است؟

۱. اگر  $A$  ماتریسی مربعی با مقادیر ویژه متمایز باشد آنگاه  $A$  با یک ماتریس قطری متشابه است.

۲. اگر  $A$  ماتریسی مربعی با مقادیر ویژه متمایز باشد آنگاه  $A$  با یک ماتریس متعامد است.

۳. اگر  $A$  ماتریسی مربعی با مقادیر ویژه متمایز باشد آنگاه  $A$  با یک ماتریس متقارن است.

۴. اگر  $A$  ماتریسی مربعی با مقادیر ویژه متمایز باشد آنگاه  $A$  با یک ماتریس متمایز است.





۱۸- قضیه گرشگورین کدام است؟

۱. اگر  $A_{n \times n}$  و  $C_i$  دایره ای به مرکز  $a_{ii}$  و شعاع  $r_i = \sum_{j=1, j \neq i}^n |a_{ij}|$  برای  $i = 1, 2, \dots, n$  باشد آنگاه مقادیر ویژه  $A_{n \times n}$  در  $\bigcup_{i=1, i \neq j}^n C_i$  قرار دارند.

۲. اگر  $A_{n \times n}$  و  $C_i$  دایره ای به مرکز  $a_{ii}$  و شعاع  $r_i = \sum_{j=1, j \neq i}^n |a_{ij}|$  برای  $i = 1, 2, \dots, n$  باشد آنگاه مقادیر ویژه  $A_{n \times n}$  در  $\bigcup_{i=1, i \neq j}^n C_i$  قرار دارند.

۳. اگر  $A_{n \times n}$  و  $C_i$  دایره ای به مرکز  $a_{ii}$  و شعاع  $r_i = \sum_{j=1}^n |a_{ij}|$  برای  $i = 1, 2, \dots, n$  باشد آنگاه مقادیر ویژه  $A_{n \times n}$  در  $\bigcup_{i=1}^n C_i$  قرار دارند.

۴. اگر  $A_{n \times n}$  و  $C_i$  دایره ای به مرکز  $a_{ii}$  و شعاع  $r_i = \sum_{j=1, j \neq i}^n |a_{ij}|$  برای  $i = 1, 2, \dots, n$  باشد آنگاه مقادیر ویژه  $A_{n \times n}$  در  $\bigcup_{i=1}^n C_i$  قرار دارند.

۱۹- با فرض  $A = \begin{bmatrix} ۳ & -۲ \\ -۲ & ۳ \end{bmatrix}$  ;  $\|A\|_p$  کدام است؟

۵ . ۴

۳ . ۳

۲ . ۲

۱ . ۲



۲۰- هرگاه  $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$  و  $\alpha_1$  صفرهای چند جمله ای  $f(x) = x^n + a_1x^{n-1} + \dots + a_n$  باشد و  
 $S_k = \alpha_1^k + \dots + \alpha_n^k$  انگاه:

$$s_k + a_1s_{k-1} + \dots + a_{k-1}s_1 + ka_k = 0 \quad k = 1, 2, \dots, n \quad .1$$

$$s_k^n + a_1s_{k-1}^{n-1} + \dots + a_{k-1}s_1 + ka_k = 0 \quad k = 1, 2, \dots, n \quad .2$$

$$s_k^k + a_1s_{k-1}^{k-1} + \dots + a_{k-1}s_1 + ka_k = 0 \quad k = 1, 2, \dots, n \quad .3$$

$$s_k^n + a_1s_{k-1}^{n-1} + \dots + a_{k-1}s_k + ka_k = 0 \quad k = 1, 2, \dots, n \quad .4$$

### سوالات تشریحی

۱۰۴۰ نمره

۱- نشان دهید به ازای هر نرم طبیعی  $\rho(A) \leq \|A\|$ .

۱۰۴۰ نمره

۲- اگر  $A$  ماتریس ضرایب و  $E$  ماتریس خطای ضرایب و  $X_t$  جواب واقعی و  $X_e$  جواب محاسبه شده

$$AX = b \text{ انگاه: } C(A) \frac{\|E\|}{\|A\|} \geq \frac{\|X_t - X_e\|}{\|X_e\|}$$

۱۰۴۰ نمره

$$3- \begin{cases} pX_1 + X_2 = 1 \\ X_1 + pX_2 + X_3 = 2 \\ X_2 + pX_3 = 3 \end{cases} \text{ به ازای هر } X \text{ اولیه همگراست}$$

در صورتیکه،  $p > \sqrt{2}$

۱۰۴۰ نمره

$$4- \text{چند جمله ای مشخصه } A = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 & 2 \\ 4 & 3 & 2 & 1 \end{vmatrix} \text{ به روش ضرایب نامعین محاسبه کنید.}$$



۱۰۴۰ نمره

۵- جواب عمومی دستگاه معادلات دیفرانسیل

$$\begin{cases} \frac{du(t)}{dt} = 2u(t) + 6v(t) \\ \frac{dv(t)}{dt} = -2u(t) - 5v(t) \end{cases}$$

را محاسبه کنید.



۱- ماتریس مربعی  $A$  پایین هسنبرگی است اگر ...

۱. برای  $i < j+1$  ،  $a_{ij} = 0$

۲. برای  $i < j-1$  ،  $a_{ij} = 0$

۳. برای  $i \neq j$  ،  $a_{ij} = 0$

۴. برای  $i > j+1$  ،  $a_{ij} = 0$

۲- کدام گزینه صحیح است؟

۱. دو بردار متمایز دارای نرم متمایز هستند.

۲. نرم یک بردار غیر صفر همواره غیر صفر است.

۳. اگر  $A$  یک ماتریس و  $X$  یک بردار باشد آنگاه  $\|AX\| \leq \|A\| \|X\|$ .

۴. رابطه  $\|A\| = \max_{i,j} |a_{ij}|$  یک نرم ماتریسی است.

۳- کدام گزینه برای دترمینان ماتریس  $A_{n \times n}$  صحیح است؟

۱. اگر یک سطر  $A$  با یک ستون آن برابر باشد در این صورت  $\det(A) = 0$ .

۲.  $\det(A) = \det(A^t)$

۳.  $\det(A) = \det(A^k)$  ,  $k \in \mathbb{N}$

۴.  $\det(A) = \det(A^{-1})$

۴- اگر  $A$  یک ماتریس  $n \times n$  و  $\text{rank}(A|b) \neq \text{rank}(A)$  باشد، آنگاه برای جواب دستگاه  $AX = b$  کدام گزینه صحیح است؟

۱. دستگاه فاقد جواب است.

۲. دستگاه بینهایت جواب دارد.

۳. دستگاه جواب منحصر بفرد دارد.

۴. دستگاه دو جواب دارد.

۵- کدامیک از تعاریف زیر نمی تواند یک نرم ماتریسی باشد؟

۴.  $\max_{1 \leq i, j \leq n} |a_{ij}|$

۳.  $\max_{1 \leq i \leq n} \sum_{j=1}^n |a_{ij}|$

۲.  $\max_{1 \leq j \leq n} \sum_{i=1}^n |a_{ij}|$

۱.  $\left( \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n |a_{ij}|^2 \right)^{\frac{1}{2}}$



۶- در روشهای گاوس و گاوس جردن ، ماتریس ضرایب دستگاه معادلات  $AX = b$  به ترتیب (از راست به چپ) تبدیل به چه ماتریسهایی می شوند؟

۱. بالا مثلثی - پایین مثلثی  
۲. بالا مثلثی - قطری  
۳. مثلثی - قطری  
۴. قطری - پایین مثلثی

۷- خطای نسبی جواب محاسبه شده دستگاه  $AX = b$  به کدام گزینه بستگی دارد؟

۱. نرم بردار  $A^{-1}b$   
۲. دترمینان ماتریس A  
۳. عدد شرطی ماتریس A  
۴. مقادیر ویژه ماتریس A

۸- در تجزیه دولیتل ماتریس  $A = \begin{bmatrix} 2 & 4 & -6 \\ 1 & 5 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{bmatrix}$  مولفه های  $l_{21}$  و  $u_{23}$  به ترتیب کدامند؟

۱. ۲ و ۲  
۲. ۱ و ۲  
۳.  $\frac{\sqrt{2}}{2}$  و  $2\sqrt{3}$   
۴.  $\frac{1}{2}$  و ۶

۹- ماتریس روش ژاکوبی برای تعیین جواب دستگاه  $\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 - \frac{1}{2}x_3 = 6 \\ x_1 - 4x_2 + x_3 = 4 \\ -x_1 + 2x_3 = 2 \end{cases}$  کدام است؟

۱.  $\begin{bmatrix} 0 & -\frac{2}{3} & \frac{1}{6} \\ 0 & -\frac{1}{6} & \frac{7}{24} \\ 0 & -\frac{1}{3} & \frac{1}{12} \end{bmatrix}$   
۲.  $\begin{bmatrix} 0 & \frac{2}{3} & -\frac{1}{6} \\ 0 & \frac{1}{6} & -\frac{7}{24} \\ 0 & \frac{1}{3} & -\frac{1}{12} \end{bmatrix}$   
۳.  $\begin{bmatrix} 0 & -\frac{2}{3} & \frac{1}{6} \\ \frac{1}{4} & 0 & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{2} & 0 & 0 \end{bmatrix}$   
۴.  $\begin{bmatrix} 0 & \frac{2}{3} & -\frac{1}{6} \\ -\frac{1}{4} & 0 & -\frac{1}{4} \\ -\frac{1}{2} & 0 & 0 \end{bmatrix}$



۱۰- روش تصحیح باقیمانده روشی است که ...

۱. خطای جواب تقریبی دستگاه را با یک دنباله نامتناهی به صفر نزدیک می کند.

۲. خطای جواب تقریبی را تخمین می زند.

۳. نیاز به تقریب اولیه جواب ندارد.

۴. فقط در روشهای تکراری به کار می رود.

۱۱- اگر  $A$  یک ماتریس تنک با ابعاد بزرگ باشد کدامیک از روشهای زیر برای حل دستگاه  $AX = b$  مناسبتر است؟

۱. روش SOR

۲. روش حذفی گوس با محورگیری جزئی

۳. روش حذفی گوس با محورگیری کلی

۴. روش تجزیه چولسکی

۱۲- دومین تقریب جواب دستگاه زیر به روش گاوس- سایدل و با فرض  $X^{(0)} = (0,0,0)$  کدام است؟

$$\begin{cases} 10x_1 - 2x_2 - x_3 = 3 \\ -x_1 + 5x_2 - x_3 = 6 \\ -x_1 - x_2 + 2x_3 = 3 \end{cases}$$

۲.  $X^{(2)} = (0.69, 1.56, 2.25)$

۱.  $X^{(2)} = (0.69, 1.26, 2.28)$

۴.  $X^{(2)} = (0.3, 1.26, 2.28)$

۳.  $X^{(2)} = (0.78, 1.812, 2.796)$

۱۳- سرعت همگرایی روش تکراری  $X^{(n+1)} = BX^{(n)} + C$  برای حل دستگاه  $AX = b$  به کدامیک از موارد زیر بستگی دارد؟

دارد؟

۲. مقادیر ویژه ماتریس  $B$

۱. مقادیر ویژه ماتریس  $C$

۴. مقادیر ویژه ماتریس  $A$

۳. وارون پذیری ماتریس  $I - B$

۱۴- اگر رابطه  $A^2 - 5A = -6I$  برای ماتریس  $A$  برقرار باشد، مقادیر ویژه  $A$  کدامند؟

۴.  $0, 5$

۳.  $2 \pm i$

۲.  $2, 3$

۱.  $-2, -3$

۱۵- هرگاه  $\lambda = 1$  مقدار ویژه ماتریس  $A$  باشد گزینه همواره درست است؟

۲.  $\lambda = 1$  مقدار ویژه  $A^2$  است.

۱.  $\lambda = 1$  مقدار ویژه  $A^{-1}$  است.

۴. هیچکدام از مقادیر ویژه  $A$  صفر نیستند.

۳.  $\lambda = -1$  نیز مقدار ویژه  $A$  است.



۱۶- کدامیک از موارد زیر درباره مقادیر ویژه ماتریس هرمیتی درست است؟

۱. دو به دو معکوس یکدیگرند.  
 ۲. ناصفرند.  
 ۳. موهومی محض هستند.  
 ۴. حقیقی هستند.

۱۷- کدامیک جز دوایر گرشگورین برای ماتریس زیر است؟

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \\ -2 & 0 & 9 \end{bmatrix}$$

۱.  $\{z \in \mathbb{C} : |z - 1| \leq 5\}$   
 ۲.  $\{z \in \mathbb{C} : |z - 1| \leq 2\}$   
 ۳.  $\{z \in \mathbb{C} : |z - 9| \leq 2\}$   
 ۴.  $\{z \in \mathbb{C} : |z - 1| \leq 10\}$

۱۸- اگر  $P(\lambda) = (\lambda^2 - 1)(\lambda + 3)$  چندجمله ای مشخصه ماتریس  $A$  باشد، چندجمله ای مشخصه ماتریس  $A + I$  کدام است؟

۱.  $\lambda^3 + 6\lambda^2 + 8\lambda$   
 ۲.  $\lambda^3 + 3\lambda^2 - \lambda - 3$   
 ۳.  $\lambda^3 - 4\lambda$   
 ۴.  $\lambda^3 - 4\lambda + 4$

۱۹- اگر ماتریس  $A$  یک ماتریس نامنفرد باشد، کدامیک از گزینه های زیر صحیح است؟

۱. تجزیه  $A = QR$  منحصر به فرد است.  
 ۲. تجزیه  $A = LU$  منحصر به فرد است.  
 ۳. ماتریس  $A$  معین مثبت است.  
 ۴. ماتریس  $A$  اکیدا قطری غالب است.

۲۰- تعیین نزدیکترین مقدار ویژه ماتریس  $A$  به عدد  $P$  با کدام گزینه معادل است؟

۱. تعیین بزرگترین مقدار ویژه ماتریس  $A - pI$  از نظر قدرمطلق به روش توانی و جمع آن با  $P$ .  
 ۲. تعیین کوچکترین مقدار ویژه ماتریس  $A - pI$  از نظر قدرمطلق به روش معکوس توانی و جمع آن با  $P$ .  
 ۳. تعیین بزرگترین مقدار ویژه ماتریس  $A + pI$  از نظر قدرمطلق به روش توانی و جمع آن با  $P$ .  
 ۴. تعیین کوچکترین مقدار ویژه ماتریس  $A + pI$  از نظر قدرمطلق به روش معکوس توانی و جمع آن با  $P$ .



۲۱- در روش توان ماتریسی برای تسریع همگرایی روش توانی، چرا باید  $k$  فرد باشد؟

۱. در صورت زوج بودن  $k$ ،  $\lambda$  را نمی توان با استفاده از  $\lambda^k$  بدست آورد.

۲. در صورت زوج بودن  $k$ ، محاسبات پیچیده تر می شود.

۳. در صورت زوج بودن  $k$ ، انتشار خطا بیشتر است.

۴. در صورت زوج بودن  $k$ ، همگرایی روش توانی افزایش نمی یابد.

۲۲- هرگاه بزرگترین مقدار ویژه ماتریس  $A$  (از نظر قدر مطلق) برابر با ۱۱ و بردار ویژه نظیر آن برابر با

$$X^{(1)} = (0.5, 1, 0.75)^T \text{ باشد، ماتریس تقلیل یافته در توسیع روش توانی کدام است؟}$$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 2 \\ 10 & 3 & 4 \\ 3 & 6 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -3 & 0 \\ -4.5 & -2 \end{bmatrix} \quad .۴$$

$$\begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 4.5 & 2 \end{bmatrix} \quad .۳$$

$$\begin{bmatrix} 3 & 0 \\ -4.5 & -2 \end{bmatrix} \quad .۲$$

$$\begin{bmatrix} -3 & 0 \\ -4.5 & 2 \end{bmatrix} \quad .۱$$

۲۳- کدامیک از روشهای زیر یک روش تبدیلی برای تعیین مقادیر ویژه ماتریس  $A$  است؟

۴. روش  $QR$

۳. روش  $LR$

۲. روش گاوس

۱. روش گیونز

۲۴-

برای تعیین چند جمله ای مشخصه ماتریس سه قطری متقارن  $A = \begin{bmatrix} b_1 & c_1 & 0 & 0 \\ c_1 & b_2 & c_2 & 0 \\ 0 & c_2 & b_3 & c_3 \\ 0 & 0 & c_3 & b_4 \end{bmatrix}$  به روش بازگشتی و فرض

$$f_0(\lambda) = 1 \text{ و } f_1(\lambda) = (\lambda - b_1) \text{ حاصل } f_2(\lambda) \text{ کدام است؟}$$

$$\lambda^2 - (b_1 + b_2)\lambda - c_1^2 \quad .۲$$

$$\lambda^2 - (b_1 + b_2)\lambda + b_1 b_2 - c_1^2 \quad .۱$$

$$\lambda^2 - (b_1 - b_2)\lambda - c_1^2 \quad .۴$$

$$(\lambda - b_1)(\lambda - b_2) \quad .۳$$





۲۵- روش تفاضلات متناهی برای حل یک معادله با مشتقات جزئی، آن را به ... تبدیل می کند.

۱. دستگاه معادلات خطی

۲. معادله دیفرانسیل معمولی

۳. مسئله مقدار ویژه ماتریسی

۴. معادله مثلثاتی

### سوالات تشریحی

۱.۷۵ نمره

۱- الف) نشان دهید عناصر قطری یک ماتریس پادمتقارن صفرند.

ب) نشان دهید اگر ماتریس مربعی  $A$  رتبه کامل باشد ماتریس  $A^T A$  معین مثبت است.

۱.۷۵ نمره

۲- دستگاه معادلات زیر را به روش تجزیه چولسکی حل کنید.

$$\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 - 6x_3 = -4 \\ x_1 + 5x_2 + 3x_3 = 10 \\ x_1 + 3x_2 + 2x_3 = 5 \end{cases}$$

۱.۷۵ نمره

۳- نشان دهید بردارهای ویژه نظیر مقادیر ویژه متمایز یک ماتریس هرمیتی، متعامدند.

۱.۷۵ نمره

۴- معادله دیفرانسیل مقدار مرزی زیر را با انتخاب  $h = 0.2$  حل کنید (حل دستگاه معادلات لازم نیست):

$$y'' + 4y' + xy = e^x, \quad 0 \leq x \leq 1,$$

$$y(0) = 0,$$

$$y(1) = 0.$$



۱- هرگاه ماتریس  $A$  در رابطه  $A^3 + 2A^2 + 5A + I = O$  صدق کند، وارون  $A$  کدام است؟

۲.  $A^{-1} = -(A^2 + 2A + 5I)$

۱.  $A^{-1} = A^2 + 2A + 5I$

۴. ماتریس  $A$  وارون پذیر نیست.

۳.  $A^{-1} = -(A^3 + 2A^2 + 5A)$

۲- هرگاه  $A$  یک ماتریس پاد متقارن باشد، به ازای هر بردار دلخواه  $X$ ، حاصل  $X'AX$  کدام است؟

۴. مشخص نیست.

۳. منفی

۲. مثبت

۱. صفر

۳-  $A = \begin{bmatrix} 0 & 1+i \\ 1-i & 0 \end{bmatrix}$  نوع ماتریس کدام است؟

۴. یکانی

۳. هرمیتی

۲. متقارن

۱. پاد متقارن

۴-  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ -3 & -5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 5 & 7 \end{bmatrix}$  وارون ماتریس  $A$  کدام است؟

۲.  $\begin{bmatrix} 5 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ -3 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & -3 \\ 0 & 0 & 0 & 5 & -7 \end{bmatrix}$

۱.  $\begin{bmatrix} -5 & -2 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -7 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 5 & -2 \end{bmatrix}$

۴.  $\begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ -5 & -3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & -7 & -5 \end{bmatrix}$

۳.  $\begin{bmatrix} 1 & -2 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & -5 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -2 & -3 \\ 0 & 0 & 0 & 5 & 7 \end{bmatrix}$



۵- هرگاه  $X = \begin{bmatrix} -5 \\ 3 \\ 4 \end{bmatrix}$  باشد،  $\|X\|_3$  کدام است؟

۱. 6      ۲. 5      ۳.  $\sqrt[3]{34}$       ۴. 1

۶- اگر  $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 & -2 \\ -3 & 0 & -3 & 1 \\ 2 & -4 & 3 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$  باشد، حاصل  $\|A\|_\infty - \|A\|_1$  کدام است؟

۱. -3      ۲. 3      ۳. -1      ۴. 1

۷- هرگاه  $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$  باشد، عدد شرطی  $A$  با نرم ستونی ( $\|A\|_1$ ) کدام است؟

۱. ۳۵      ۲. ۳      ۳. ۷      ۴. ۲

۸- در تجزیه  $LU$  ماتریس  $A$ ، اگر درایه های قطری ماتریس  $U$  برابر یک انتخاب شوند، این تجزیه چه نامیده می شود؟

۱. تجزیه چولسکی      ۲. تجزیه دولیتل      ۳. تجزیه کروت      ۴. تجزیه  $QR$

۹- در حل دستگاه  $AX = b$  به روش حذفی گاوس در چه صورت تعویض جای سطر و ستون ها لازم نیست؟

۱.  $A$  ماتریس منفرد باشد.      ۲.  $A$  ماتریس متقارن باشد.      ۳.  $A$  ماتریس معین مثبت باشد.      ۴.  $A$  ماتریس پایین مثلثی باشد.

۱۰- در دستگاه زیر مقدار  $\|B_j\|_\infty$  که در آن  $B_j$  ماتریس روش تکراری ژاکوبی است، کدام است؟

$$\begin{cases} 10x_1 + x_2 + 8x_3 = 16 \\ x_1 + 10x_2 + 2x_3 = 16 \\ 2x_1 + 2x_2 + 10x_3 = 51 \end{cases}$$

۱. ۰/۹      ۲. ۱      ۳. ۰/۸      ۴. ۰/۵



۱۱- اگر دستگاه سؤال ۱۰ رابه روش ژاکوبی با  $X^{(0)} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$  حل کنیم، مقدار  $X^{(3)}$  کدام است؟

۱.  $\begin{bmatrix} 1.6 \\ 1.6 \\ 5.1 \end{bmatrix}$  ۲.  $\begin{bmatrix} -2.01 \\ 0.972 \\ 5.544 \end{bmatrix}$  ۳.  $\begin{bmatrix} -2.64 \\ 0.42 \\ 4.46 \end{bmatrix}$  ۴.  $\begin{bmatrix} -2.210 \\ 0.825 \\ 7.23 \end{bmatrix}$

۱۲- اگر دستگاه سؤال ۱۰ را به روش تکراری گاوس سایدل با  $X^{(0)} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$  حل کنیم، مقدار  $X^{(2)}$  کدام است؟

۱.  $\begin{bmatrix} 2.575 \\ 1.1231 \\ 5.796 \end{bmatrix}$  ۲.  $\begin{bmatrix} -2.1376 \\ 1.91536 \\ 5.9944 \end{bmatrix}$  ۳.  $\begin{bmatrix} 1.6 \\ 1.44 \\ 4.492 \end{bmatrix}$  ۴.  $\begin{bmatrix} -2.1376 \\ 0.91536 \\ 5.3444 \end{bmatrix}$

۱۳- اگر در حل دستگاه  $AX = b$  به روش گاوس سایدل بزرگترین و کوچکترین مقدار ویژه  $B_g$  به ترتیب برابر  $\frac{3}{4}$  و  $-\frac{2}{5}$  باشند، بهترین انتخاب  $\omega$  برای روش SOR کدام است؟

۱.  $2/0.83$  ۲.  $1/21$  ۳.  $1/76$  ۴.  $0/625$

۱۴- اگر  $A = \begin{bmatrix} 1 & -4 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$  باشد،  $\|A\|_2$  کدام است؟

۱.  $2\sqrt{5}$  ۲. 20 ۳.  $\sqrt{10}$  ۴. 5

۱۵- روش معکوس توانی روشی برای تقریب...

۱. بزرگترین مقدار ویژه ماتریس  $A$  می باشد.

۲. کوچکترین مقدار ویژه ماتریس  $A^{-1}$  می باشد.

۳. کوچکترین مقدار ویژه ماتریس  $A$  از نظر قدر مطلق می باشد.

۴. دومین مقدار ویژه ماتریس  $A$  از نظر قدر مطلق می باشد.



۱۶- اگر  $A$  یک ماتریس مربعی باشد، کدام یک از عبارات های زیر درست است؟

۱.  $\|A\|_1 < \rho(A) < \|A\|_\infty$       ۲.  $\rho(A) < \|A\|_\infty$

۳.  $\rho(A) < \|A\|_1$       ۴.  $\rho(A) \leq \min\{\|A\|_1, \|A\|_\infty\}$

۱۷- هرگاه روش تکرار توانی را برای تقریب مقدار ویژه غالب  $A = \begin{bmatrix} 0 & 11 & -5 \\ -2 & 17 & -7 \\ -4 & 26 & -10 \end{bmatrix}$  با بردار اولیه  $X^{(0)} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$  به کار گیریم،

دومین تقریب  $\lambda_1$  کدام است؟

۱. 12      ۲. 9      ۳.  $\frac{16}{3}$       ۴.  $\frac{9}{2}$

۱۸- اگر  $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & -2 \\ 0 & -2 & 3 \end{bmatrix}$  باشد  $\|A\|_p$  کدام است؟

۱. ۵      ۲. ۱      ۳.  $\sqrt{5}$       ۴. ۲

۱۹- هرگاه روش ژاکوبی را برای قطری کردن ماتریس  $A = \begin{bmatrix} 10 & 7 & 8 & 7 \\ 7 & 5 & 6 & 5 \\ 8 & 6 & 10 & 9 \\ 7 & 5 & 9 & 10 \end{bmatrix}$  به کار ببریم، در اولین تکرار بری صفر کردن

درایه ماکزیمم، مقدار  $\theta$  چقدر محاسبه می شود؟

۱.  $\frac{\pi}{2}$       ۲.  $\frac{\pi}{4}$       ۳. 0.5272      ۴. -0.5272



-۲۰

اگر بخواهیم  $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 3 & 3 & 5 \\ 4 & 5 & -1 \end{bmatrix}$  را به روش هاوس هلدر سه قطری کنیم، بردار  $V_2$  کدام است؟

۴.  $\begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{5}} \\ \frac{2}{\sqrt{5}} \\ \frac{1}{\sqrt{5}} \end{bmatrix}$

۳.  $\begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{2}{\sqrt{5}} \\ \frac{1}{\sqrt{5}} \end{bmatrix}$

۲.  $\begin{bmatrix} 0 \\ \frac{2}{\sqrt{5}} \\ \frac{1}{\sqrt{5}} \end{bmatrix}$

۱.  $\begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{\sqrt{5}} \\ -\frac{2}{\sqrt{5}} \end{bmatrix}$

### سوالات تشریحی

۱.۴۰ نمره

۱- الف) اگر  $A$  یک ماتریس ناصفر باشد، نشان دهید  $tr(AA^t) > 0$ .

ب) نشان دهید رابطه  $\|A\| = \max_{1 \leq i, j \leq n} |a_{ij}|$  نمی تواند یک نرم ماتریسی تعریف کنید.

۱.۴۰ نمره

۲- نشان دهید  $A = \begin{bmatrix} 4 & 3 & 0 \\ 3 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & 4 \end{bmatrix}$  یک ماتریس معین مثبت است. سپس به روش چولسکی آن را به صورت  $LL^t$  تجزیه کنید، که در آن  $L$  ماتریس پایین مثلثی است.

۱.۴۰ نمره

۳- قضیه: فرض کنید  $\lambda$  یک مقدار ویژه  $A$  و  $X$  بردار ویژه نظیر آن باشد. اگر  $A^{-1}$  موجود باشد، ثابت کنید  $\frac{1}{\lambda}$  مقدار ویژه  $A^{-1}$  و  $X$  بردار ویژه نظیر آن است.

۱.۴۰ نمره

۴- چند جمله ای مشخصه ماتریس سه قطری متقارن  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 2 & 5 & 1 \\ 0 & 1 & 3 \end{bmatrix}$  را بدست آورید.

۱.۴۰ نمره

۵- معادله دیفرانسیل با مقدار مرزی زیر را به ازای  $h = 0.2$  حل کنید. (حل دستگاه نهایی لازم نیست).

$$y'' + (\sin x)y' - (\cos x)y = \ln x \quad 1 \leq x \leq 2$$

$$y(1) = 1$$

$$y(2) = 0$$



Asansoal.ir

آسان سوال

شماره سوال	
ب	1
الف	2
ج	3
الف	4
الف	5
د	6
ج	7
ج	8
ج	9
الف	10
ب	11
د	12
ب	13
الف	14
ج	15
د	16
ج	17
الف	18
ب	19
ب	20



۱- تعریف ماتریس پائین مثلثی کدام است؟

۱.  $a_{ij} = 0$  برای  $i < j$
۲.  $a_{ij} = 0$  برای  $i > j$
۳.  $a_{ij} = 0$  برای  $i = j$
۴.  $a_{ij} = 0$  برای  $i \neq j$

۲- کدامیک از ماتریسهای زیر هرمیتی است؟

۱.  $\begin{bmatrix} 3 & 7+8i \\ 7-8i & 4 \end{bmatrix}$
۲.  $\begin{bmatrix} 3 & 7+8i \\ 7+8i & 4 \end{bmatrix}$
۳.  $\begin{bmatrix} 3 & 7+8i \\ 7-8i & 4i \end{bmatrix}$
۴.  $\begin{bmatrix} 1 & i \\ 2+i & 0 \end{bmatrix}$

۳- هرگاه  $X = (5, 2, -1)$  در این صورت  $\|X\|_{\infty}$  کدام است؟

۱. ۸
۲. ۵
۳. ۶
۴.  $\sqrt{30}$

۴- کدامیک جز اعمال سطری مقدماتی نیست؟

۱. ضرب یک سطر ماتریس در یک عدد ناصفر
۲. تعویض جای دو سطر
۳. جمع کردن مضربی از یک سطر با سطری دیگر
۴. حذف یک سطر

۵- هدف از انجام محور گیری جزئی در روش حذفی گاوس چیست؟

۱. حل دستگاه معادلات
۲. تبدیل آن به یک دستگاه مثلثی
۳. کاهش خطای محاسبات
۴. کاهش حجم محاسبات

۶-  $A = \begin{bmatrix} 2 & 4 & -6 \\ 1 & 5 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{bmatrix}$

هرگاه ماتریس را به روش دولیتل به صورت LU تجزیه کنیم، مولفه سطر ۲ و ستون ۱ ماتریس L کدام است؟

۱.  $\frac{1}{2}$
۲. ۱
۳. ۳
۴.  $\frac{1}{2}$

۷- روش تصفیه تکراری برای چه هدفی به کار می رود؟

۱. کاهش خطای جواب تقریبی دستگاه معادلات
۲. تعیین میزان خطای جواب
۳. بدست آوردن جواب تقریبی اولیه
۴. اصلاح مقادیر سمت راست دستگاه معادلات





۸- عدد شرطی ماتریس A به چه صورتی تعریف می شود؟

$$C(A) = \frac{\|A\|}{\|A^{-1}\|} \quad .2 \quad C(A) = \|A\| \cdot \|A^{-1}\| \quad .1$$

$$C(A) = \frac{\det(A)}{\det(A^{-1})} \quad .4 \quad C(A) = \det(A) \cdot \det(A^{-1}) \quad .3$$

۹- جواب تقریبی دستگاه معادلات زیر به روش ژاکوبی بعد از یک تکرار کدام است؟

$$\begin{cases} 10x - 2y - z = 3 \\ -x + 5y - z = 6 \\ -x - y + 2z = 3 \end{cases} \quad \text{با فرض } X^0 = (0,0,0)$$

$$X^1 = (1,0,1) \quad .4 \quad X^1 = (1,1,1) \quad .3 \quad X^1 = (0.3,1.2,1.5) \quad .2 \quad X^1 = (0.7,1.5,2.25) \quad .1$$

۱۰- هرگاه A یک ماتریس ۳ قطری و معین مثبت باشد مقدار بهینه پارامتر روش SOR کدام است؟

$$w = \frac{2}{1 - \sqrt{1 - [\rho(B_j)]^2}} \quad .2 \quad w = \frac{1}{1 - \sqrt{1 - [\rho(B_j)]^3}} \quad .1$$

$$w = \frac{1}{1 + \sqrt{1 - [\rho(B_j)]^3}} \quad .4 \quad w = \frac{2}{1 + \sqrt{1 - [\rho(B_j)]^2}} \quad .3$$

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} \quad .11 \quad \text{چند جمله ای مشخصه ماتریس کدام است؟}$$

$$\lambda^2 + \lambda - 2 \quad .4 \quad \lambda^2 + \lambda + 2 \quad .3 \quad \lambda^2 + 3\lambda + 2 \quad .2 \quad \lambda^2 - 3\lambda + 2 \quad .1$$

۱۲- هرگاه A یک ماتریس حقیقی و پادمتقارن باشد مقادیر ویژه آن به چه صورتی هستند؟

$$\text{حقیقی} \quad .1 \quad \text{صفر یا موهومی محض} \quad .2 \quad \text{ناصفر} \quad .3 \quad \text{مثبت} \quad .4$$

۱۳- بردارهای ویژه نظیر مقادیر ویژه متمایز ماتریس هرمیتی A کدام ویژگی را دارند؟

$$\text{حقیقی اند} \quad .1 \quad \text{وابسته خطی اند} \quad .2 \quad \text{متعامدند} \quad .3 \quad \text{نرمال هستند} \quad .4$$

۱۴- برای ماتریس مربعی A کدامیک از روابط زیر صحیح است؟

$$\|A\|_\infty < \rho(A) \quad .4 \quad \rho(A) \leq \|A\|_1 \quad .3 \quad \|A\|_1 < \rho(A) \quad .2 \quad \|A\|_1 \leq \|A\|_\infty \quad .1$$



۱۵- قضیه شور کدامیک از روابط زیر را بیان می کند؟

$$\begin{aligned} 1. \sum_{i=1}^n |\lambda_i|^2 &\leq \|A\|_2^2 & 2. \sum_{i=1}^n |\lambda_i|^2 &\leq \|A\|_1 & 3. \sum_{i=1}^n |\lambda_i|^2 &\leq \|A\|_E^2 & 4. \sum_{i=1}^n |\lambda_i| &\leq \|A\|_E \end{aligned}$$

۱۶- روش لوریبر برای محاسبه چند جمله ای مشخصه یک ماتریس بر چه اساسی است؟

۱. روابط بین مقادیر ویژه و دترمینان یک ماتریس  
۲. روابط بین ریشه ها و ضرایب در یک چند جمله ای  
۳. روابط بین مقادیر ویژه و اثر یک ماتریس  
۴. گزینه های ۲ و ۳

۱۷-

تقریب بزرگترین مقدار ویژه از نظر قدر مطلق برای ماتریس  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$  با فرض  $X^{(3)} = \begin{bmatrix} \frac{51}{77} \\ 1 \end{bmatrix}$  بعد از یک تکرار دیگر به روش توانی کدام است؟

۱. ۳،۱۲۵      ۲. ۳،۹۸۷      ۳. ۳،۰۸۴      ۴. ۲،۵

۱۸- در روش معکوس توانی کدامیک از مقادیر ویژه بدست می آیند؟

۱. کوچکترین مقدار ویژه  $A$   
۲. بزرگترین مقدار ویژه  $A$   
۳. معکوس کوچکترین مقدار ویژه  $A$  از نظر قدر مطلق  
۴. بزرگترین مقدار ویژه  $A^{-1}$

۱۹- در روش تبدیلی ژاکوبی ماتریس  $A$  به چه ماتریسی تبدیل می شود؟

۱. بالا مثلثی      ۲. پایین مثلثی      ۳. قطری      ۴. ۳ قطری

۲۰- برای حل یک مساله مقدار مرزی به روش تفاضلات متناهی، معادله دیفرانسیل به چه مساله ای تقلیل می یابد؟

۱. معادله دیفرانسیل مرتبه ۱  
۲. دستگاه معادلات خطی  
۳. مساله مقدار اولیه  
۴. معادله انتگرال

### سوالات تشریحی

۱- نشان دهید یک ماتریس اکیدا قطر غالب نامنفرد است.

۲- دستگاه معادلات زیر را بروش تجزیه چولسکی حل کنید.

$$\begin{cases} 2x + 4y - 6z = -4 \\ x + 5y + 3z = 10 \\ x + 3y + 2z = 5 \end{cases}$$



۱.۴۰ نمره

۳- معکوس ماتریس  $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$  را با استفاده از رابطه کیلی هامیلتون به دست آورید.

۱.۴۰ نمره

۴- قضیه گرشگورین را بیان و اثبات کنید.

۱.۴۰ نمره

۵- در روش توانی برای محاسبه بزرگترین مقدار ویژه مختلط ماتریس  $A_{4 \times 4}$  هرگاه سه بردار نهایی به صورت زیر باشند، مقدار ویژه غالب این ماتریس را بدست آورید.

$$Y^{25} = (-11.99, 13.44, -13.44, 0) \text{ و } Y^{24} = (0.15, 4.4, -4.4, 0) \text{ و } Y^{23} = (0.99, 1, 0.99, 0)$$

شماره سوال	پاسخ صحيح	وضعيت كليد
1	الف	عادي
2	الف	عادي
3	ب	عادي
4	د	عادي
5	ج	عادي
6	الف، د	عادي
7	الف	عادي
8	الف	عادي
9	ب	عادي
10	ج	عادي
11	الف	عادي
12	ب	عادي
13	ج	عادي
14	ج	عادي
15	ج	عادي
16	د	عادي
17	ب	عادي
18	ج	عادي
19	ج	عادي
20	ب	عادي



Asansoal.ir

آسان سوال

### سوالات تشریحی

۱.۴۰ نمره

۱.۴۰ نمره

۱.۴۰ نمره

۱.۴۰ نمره

۱.۴۰ نمره

۱- قضیه صفحه ۲۶ کتاب درسی

۲- مثال صفحه ۸۱ کتاب درسی

۳- مثال صفحه ۱۳۳ کتاب درسی

۴- قضیه صفحه ۱۴۰ کتاب

۵- مثال صفحه ۱۷۵ کتاب درسی



۱- اگر  $AB = AC$  باشد، در چه صورت می توان نتیجه گرفت  $B = C$  ؟

۱.  $A$  مخالف صفر باشد. ۲.  $A$  مربعی باشد. ۳.  $C, B$  نامنفرد باشند. ۴.  $A$  نامنفرد باشد.

۲- اگر  $A = \begin{bmatrix} \circ & a+2 \\ -2a+1 & \circ \end{bmatrix}$  ماتریس پادمتقارن باشد، مقدار  $a$  چقدر است؟

۱.  $-\frac{1}{3}$  ۲. ۳ ۳. ۱ ۴.  $\circ$

۳- تعریف ماتریس سه قطری کدام است؟

۱.  $a_{ij} = 0$  برای  $|i-j| > 1$  ۲.  $a_{ij} = 0$  برای  $|i-j| < 1$  ۳.  $a_{ij} = 0$  برای  $|i-j| = 1$  ۴.  $a_{ij} \neq 0$  برای  $|i-j| > 1$

۴- دترمینان ماتریس  $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & \circ & \circ & \circ \\ 1 & 4 & \circ & \circ & \circ \\ \circ & \circ & -2 & \circ & \circ \\ \circ & \circ & \circ & 3 & -1 \\ \circ & \circ & \circ & -4 & 2 \end{bmatrix}$  کدام است؟

۱. -۱۰ ۲. ۲۰ ۳. -۲۰ ۴. ۲۵

۵- ایده اصلی روش حذفی گاوس برای حل دستگاه معادلات  $AX = b$  چیست؟

۱. تجزیه ماتریس ضرایب ۲. تبدیل دستگاه مورد نظر به یک دستگاه بالا مثلثی ۳. حذف معادلات زاید از دستگاه معادلات ۴. استفاده از جابجایی معادلات برای ساده شدن دستگاه معادلات

۶- هرگاه  $X = (-3, 4, -5, \circ)$  باشد، در اینصورت  $\|X\|_3$  برابر است با:

۱. ۶ ۲. ۵ ۳.  $\sqrt[3]{34}$  ۴. ۱۲



۷- مزیت روش تجزیه مثلثی نسبت به روش حذفی گاوس کدام است؟

۱. حجم محاسبات کمتری دارد.
۲. برای حل دستگاه با چند طرف ثانی مناسب تر است.
۳. خطای کمتری دارد.
۴. برای دستگاه معادلات با مرتبه بزرگ مناسب تر است.

۸- کدام مورد با بقیه معادل نیست؟

۱.  $\rho(A) < 1$
۲.  $\|A\| < 1$
۳.  $|A| \neq 0$
۴.  $\lim_{n \rightarrow \infty} A^n = O$

۹- در تجزیه مثلثی ماتریس  $A = \begin{bmatrix} 4 & 3 & -1 \\ -2 & -4 & 5 \\ 1 & 2 & 6 \end{bmatrix}$  به روش کروت به صورت  $LU$  مقادیر  $l_{22}$  و  $u_{13}$  به ترتیب کدامند؟

۱.  $-\frac{5}{2}, -\frac{1}{4}$
۲.  $-2, \frac{3}{4}$
۳.  $\frac{5}{2}, -\frac{1}{4}$
۴.  $2, -\frac{3}{4}$

۱۰- ماتریس روش ژاکوبی برای دستگاه  $\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 - x_3 = 7 \\ 2x_1 + 4x_2 - x_3 = 8 \\ x_1 + x_2 - x_3 = 9 \end{cases}$  کدام است؟

$$B_j = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{4}{3} & \frac{1}{3} \\ -\frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{4} \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad .2$$

$$B_j = \begin{bmatrix} 1 & \frac{4}{3} & -\frac{1}{3} \\ \frac{1}{2} & 1 & -\frac{1}{4} \\ -1 & -1 & 1 \end{bmatrix} \quad .1$$

$$B_j = \begin{bmatrix} 0 & \frac{4}{3} & -\frac{1}{3} \\ \frac{1}{2} & 0 & -\frac{1}{4} \\ -1 & -1 & 0 \end{bmatrix} \quad .4$$

$$B_j = \begin{bmatrix} 3 & 4 & -1 \\ 2 & 4 & -1 \\ 1 & 1 & -1 \end{bmatrix} \quad .3$$

۱۱- اگر در دستگاه  $Ax = b$ ، ماتریس  $A$  سه قطری و معین مثبت باشد و شعاع طیفی ماتریس روش تکراری ژاکوبی برای آن  $\omega/8$  باشد، بهترین انتخاب  $\omega$  برای روش  $SOR$  کدام است؟

۱.  $0.75$
۲.  $2/25$
۳.  $1/25$
۴.  $1/75$



۱۲- اگر ماتریس  $A_{4 \times 4}$  دارای معادله مشخصه  $P(\lambda) = \lambda^4 - 3\lambda^3 + 2\lambda - 5$  باشد، مقادیر  $\det(A)$  و  $tr(A)$  به ترتیب کدام اند؟

۰۴ -۵۴

۰۳ ۱۲

۰۲ ۵۳

۰۱ ۳-۵

۱۳- هرگاه چند جمله مشخصه ماتریس  $A$  به صورت  $P(\lambda) = \lambda^4 - 3\lambda^3 + 2\lambda - 5$  باشد، وارون ماتریس  $A$  از کدام رابطه به دست می آید؟

۰۲  $A^{-1} = -\frac{1}{5}(A^3 - 3A^2 + 2I)$

۰۱  $A^{-1} = \frac{1}{5}(A^3 + 3A^2 - 2I)$

۰۴  $A^{-1} = \frac{1}{5}(A^3 - 3A^2 + 2I)$

۰۳  $A^{-1} = -\frac{1}{5}(A^3 + 3A^2 - 2I)$

۱۴- اگر ۱-، ۲- و ۳- مقادیر ویژه  $A$  باشند، مقادیر ویژه ماتریس  $A^4 - 10I$  کدام است؟

۰۴ -۹، ۶ و ۷۱

۰۳ ۹۱، ۲۶ و ۹۱

۰۲ ۹، ۶- و ۷۱-

۰۱ ۱۶ و ۸۱

۱۵- کدام گزینه از دواير گرشگورين برای ماتریس  $A = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & -1 & 3 \\ 0 & 2 & -4 & 7 \\ 1 & -3 & 2 & 4 \end{bmatrix}$  می باشد؟

۰۴  $|z+4| \leq 6$

۰۳  $|z+1| \leq 3$

۰۲  $|z-4| \leq 6$

۰۱  $|z-1| \leq 7$

۱۶- اگر  $A$  ماتریس حقیقی و پاد متقارن باشد، مقادیر ویژه آن :

۰۲ موهومی و مثبت است.

۰۱ حقیقی و مثبت است.

۰۴ صفر یا موهومی محض است.

۰۳ غیر صفر است.

۱۷- اگر  $A = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}$  باشد،  $\|A\|_2$  کدام است؟

۰۴ 4

۰۳  $\sqrt{5}$

۰۲  $2\sqrt{5}$

۰۱ 20





۱۸- اگر ماتریس  $A$  دارای مقادیر ویژه  $0 \leq \lambda_n \leq \dots \leq \lambda_2 < \lambda_1$  باشد، سرعت همگرایی روش تکراری توانی برای تقریب  $\lambda_1$  به کدام پارامتر بستگی دارد؟

۱.  $\frac{\lambda_1}{\lambda_2}$       ۲.  $\frac{\lambda_2}{\lambda_1}$       ۳.  $\lambda_1 \lambda_2$       ۴.  $(\lambda_1 \lambda_2)^2$

۱۹- اگر  $\lambda_1 = 11$  و  $Y_1 = (0/5, 1, 0/75)^t$  به ترتیب بزرگترین مقدار ویژه و بردار ویژه متناظر آن در ماتریس

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 2 \\ 10 & 3 & 4 \\ 3 & 6 & 1 \end{bmatrix}$$

باشد، بقیه مقادیر ویژه  $A$  به روش تقلیل کدام است؟

۱.  $-2$  و  $-3$       ۲.  $2$  و  $3$       ۳.  $1$  و  $4$       ۴.  $-1$  و  $-5$

۲۰- فرمول تقریبی  $\frac{y_{i+1} - y_{i-1}}{2h}$  تقریبی از .... و دارای خطای برشی از مرتبه .... می باشد.

۱.  $O(h)$  و  $y_i''$       ۲.  $O(h^2)$  و  $y_i''$       ۳.  $O(h^2)$  و  $y_i'$       ۴.  $O(h)$  و  $y_i'$

### سوالات تشریحی

۱.۴۰ نمره

۱- ماتریس  $A = \begin{bmatrix} 2 & 4 & -6 \\ 1 & 5 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{bmatrix}$  را به روش چولسکی به صورت مثلثی  $LU$  تجزیه کنید.

۱.۴۰ نمره

۲- با تغییر ترتیب معادلات دستگاه  $\begin{cases} x_1 + 6x_2 - 2x_3 = 7 \\ x_1 - 3x_2 + 7x_3 = 16 \\ 5x_1 + x_2 + x_3 = 10 \end{cases}$  طوری که روش ژاکوبی برای آن همگرا باشد، این روش

تکراری را برای آن با  $X^{(0)} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$  و تا دو تکرار انجام دهید. (محاسبات با ۴ رقم اعشار باشد).

۱.۴۰ نمره

۳- مقدار ویژه غالب ماتریس  $A = \begin{bmatrix} 0 & 11 & -5 \\ -2 & 17 & -7 \\ -4 & 26 & -10 \end{bmatrix}$  را به روش تکرار توانی با  $Y^{(0)} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$  تا دو تکرار محاسبه کنید. (محاسبات با ۴ رقم اعشار باشد).



۱۰۴۰ نمره

چند جمله ای مشخصه ماتریس سه قطری متقارن  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & \circ & \circ \\ 2 & 5 & 1 & \circ \\ \circ & 1 & 3 & 2 \\ \circ & \circ & 2 & 7 \end{bmatrix}$  را به روش بازگشتی به دست آورید.

۱۰۴۰ نمره

۵- معادله دیفرانسیل زیر را به ازای  $h = \circ/2$  به روش تفاضلات متناهی حل کنید. (حل دستگاه نهایی لازم نیست).

$$y'' + (\sin x)y' - (\cos x)y = \ln x, \quad 1 \leq x \leq 2$$

$$y(1) = 1$$

$$y(2) = \circ$$



Asansoal.ir

آسان سوال

شماره سوال	پاسخ صحيح	وضعيت کليد
1	د	عادي
2	ب	عادي
3	الف	عادي
4	ج	عادي
5	ب	عادي
6	الف	عادي
7	ب	عادي
8	ج	عادي
9	الف	عادي
10	ب	عادي
11	ج	عادي
12	الف	عادي
13	د	عادي
14	د	عادي
15	ب	عادي
16	د	عادي
17	ب	عادي
18	ب	عادي
19	الف	عادي
20	ج	عادي



سوالات تشریحی

۱.۴۰ نمره

۱- مثال ۱۳ صفحه ۸۱ کتاب.

۱.۴۰ نمره

۲- صفحه ۱۰۸ کتاب.

۱.۴۰ نمره

۳- مثال ۱۴ صفحه ۱۶۱ کتاب.

۱.۴۰ نمره

۴- تمرین ۲۲ صفحه ۲۱۰ کتاب.

۱.۴۰ نمره

۵- تمرین ۲ صفحه ۲۲۸ کتاب.



۱- اگر  $A$  یک ماتریس  $n \times n$  باشد و  $rank(A) < n$ ، کدام گزینه صحیح است؟

۱. دستگاه  $AX = b$  بی نهایت جواب دارد.
۲. دستگاه  $AX = b$  جواب یکتا دارد.
۳. تعداد ستونهای مستقل خطی ماتریس  $A$  برابر  $n$  است.
۴. تعداد سطرهاى مستقل خطی ماتریس  $A$  کمتر از  $n$  است.

۲- کدام گزینه صحیح است؟

۱. اگر ماتریس  $A$  معین مثبت باشد، نامنفرد است.
۲. اگر ماتریس  $A$  قطری غالب باشد، نامنفرد است.
۳. اگر ماتریس  $A$  متعامد باشد، منفرد است.
۴. هر ماتریس مربعی بادو سطر یکسان نامنفرد است.

۳- اگر  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 5 & 4 & -1 \\ -2 & 0 & 6 \end{bmatrix}$  باشد کدام گزینه صحیح است؟

۱.  $\|A^T\|_1 - \|A\|_\infty = 0$
۲.  $\|A\|_\infty = 8$
۳.  $\|A\|_1 = 10$
۴.  $\|A^T\|_1 = 0$

۴- کدام یک از گزینه های زیر صحیح است؟

۱. مجموع دو ماتریس متقارن هم مرتبه متقارن نیست.
۲. اگر  $A$  یک ماتریس غیرصفر باشد آنگاه  $tr(AA^t) > 0$ .
۳. عناصر قطری یک ماتریس پادمتقارن مثبت هستند.
۴. در هر نرم طبیعی رابطه ی  $\rho(A) > \|A\|$  برقرار است.



۵- کدام یک از گزینه ها در مورد تجزیه مثلثی یک ماتریس، صحیح است؟

۱. در تجزیه چولسکی مقادیر قطری ماتریس های  $L, U$  باهم برابر و غیریک اند.

۲. در تجزیه دولیتل مقادیر قطری ماتریس  $U$  یک است.

۳. در تجزیه کروت مقادیر قطری ماتریس  $L$  یک است.

۴. در تجزیه دولیتل مقادیر قطری ماتریس  $L$  یک است.

۶- اگر  $A = \begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{2} & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & \frac{1}{4} \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{4} & \frac{1}{5} \end{bmatrix}$  و  $\|A^{-1}\|_{\infty} = 408$  باشد، عدد شرطی ماتریس  $A$  کدام است؟

۴.  $\frac{1}{408}$

۳. 748

۲.  $\frac{1}{12}$

۱. 1

۷- در روش تکراری گاوس-سایدل به صورت  $X^{(k)} = BX^{(k-1)} + C$  برای حل دستگاه معادلات خطی  $AX = b$ ، ماتریس های  $B, C$  از کدام رابطه زیر بدست می آیند؟

۱.  $B = (L + U)^{-1}D, C = -(L + D)^{-1}b$

۲.  $B = (L + D)^{-1}b, C = -(L + D)^{-1}U$

۳.  $B = -(L + D)^{-1}b, C = (L + D)^{-1}U$

۴.  $B = -(L + D)^{-1}U, C = (L + D)^{-1}b$



۸- مقدار بهینه تقریبی پارامتر  $\omega$  در تسریع همگرایی روش  $SOR$ ، برای ماتریس سه قطری و معین مثبت

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 3 & 0 \\ 3 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & 4 \end{bmatrix}$$

کدام گزینه است؟

۱. 1.24      ۲. 0.81      ۳. 0.625      ۴. 2

۹- اگر مقادیر ویژه ماتریس  $A_{2 \times 2}$ ،  $4$ ،  $-1$  باشند، ماتریس  $A$  در کدام رابطه زیر صدق می کند؟

۱.  $A^2 - 3A = 4I$       ۲.  $A^2 - 5A = 4I$

۳.  $A^2 - 5A + 4I = 0$       ۴.  $A^2 + 3A + 4I = 0$

۱۰- کدام گزینه صحیح است؟

۱. مربع مقادیر ویژه هر ماتریس متعامد، یک است.

۲. برای هر ماتریس، بردارهای ویژه نظیر مقادیر ویژه متمایز، متعامدند.

۳. مقادیر ویژه ماتریس های  $A$  و  $A^{-1}$  یکسان هستند.

۴. مقادیر ویژه یک ماتریس معین مثبت، موهومی اند.

۱۱- در مورد شعاع طیفی ماتریس  $A$  کدام گزینه صحیح است؟

۱. اگر  $A$  ماتریسی متقارن باشد آنگاه  $\rho(A) = \|A\|_2^2$

۲.  $\rho(A) \leq \|A\|_\infty$

۳. اگر  $A$  ماتریسی متقارن و معین نامنفی باشد آنگاه  $\rho(A) = \min_{\|X\|_2=1} X^t A X$

۴.  $\rho(A^t A) = \|A\|_2$



۱۲- فرض کنید  $A = \begin{bmatrix} -4 & -1 \\ 6 & 3 \end{bmatrix}$  مقدار  $\frac{\rho(A)}{\rho(A^{-1})}$  برابر کدام گزینه است؟

۱. -1      ۲. 1      ۳. -6      ۴. 6

۱۳- با استفاده از روش کریلف چند جمله ای مشخصه ی ماتریس  $A = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 8 & -1 \end{bmatrix}$  با انتخاب  $Y^{(0)} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$  کدام است؟

۱. بردار اولیه ی  $Y^{(0)}$  مناسب انتخاب نشده است.      ۲.  $p(\lambda) = \lambda^2 - 2\lambda + 3$

۳.  $p(\lambda) = \lambda^2 - 2\lambda - 3$       ۴.  $p(\lambda) = \lambda^2 + 2\lambda + 3$

۱۴- کدام یک از روش های زیر برای تعیین چند جمله ای مشخصه یک ماتریس، بر مبنای روابط نیوتن برای حاصل جمع توان های مختلف ریشه های یک معادله جبری عمل می کند؟

۱. روش کریلف      ۲. روش ضرایب نامعین      ۳. روش لویییر      ۴. روش توانی

۱۵- با انتخاب  $Y^{(0)} = (1, 1)^t$  بزرگترین مقدار ویژه ماتریس  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$  از نظر قدر مطلق و بعد از دو تکرار از روش توانی کدام است؟

۱.  $\frac{13}{5}$       ۲. 3      ۳.  $\frac{19}{5}$       ۴. 5

۱۶- اگر  $|\lambda_1| \geq |\lambda_2| \geq \dots \geq |\lambda_n|$  مقادیر ویژه ماتریس  $A$  باشند، سرعت همگرایی روش توانی برای تعیین بزرگترین مقدار ویژه ماتریس  $A^5$  به چه عاملی بستگی دارد؟

۱.  $|\frac{\lambda_1}{\lambda_2}|$       ۲.  $|\frac{\lambda_1}{\lambda_2}|^5$       ۳.  $|\frac{\lambda_2}{\lambda_1}|$       ۴.  $|\frac{\lambda_2}{\lambda_1}|^5$





۱۷- روش حذفی گوس بدون محورگیری برای حل دستگاه  $AX = b$  پایدار است هرگاه....

۱. ماتریس  $A$  معین مثبت باشد.
۲. ماتریس  $A$  متعامد باشد.
۳. ماتریس  $A$  قطری غالب باشد.
۴. ماتریس  $A$  هسنبرگی باشد.

۱۸- اگر تبدیلات گیونز روی ماتریس نامتقارن  $A$  اعمال شود، ماتریس  $A$  به کدام ماتریس تبدیل می گردد؟

۱. ماتریس ترانپاده ی مزدوج
۲. ماتریس پایین هسنبرگی
۳. ماتریس سه قطری
۴. ماتریس پایین مثلثی

۱۹- ماتریس  $P$  که روش هاوس هلدن مبتنی بر استفاده از آن می باشد، دارای کدام یک از ویژگی های زیر است؟

۱. ماتریسی متقارن و متعامد است و  $P = 2VV^t$  که در آن  $V$  برداری است که  $V^t V = 1$ .
۲. ماتریسی متقارن و متعامد است و  $P = VV^t - I_n$  که در آن  $V$  برداری است که  $\|V\| = 1$ .
۳. ماتریسی غیر متقارن است و  $P = I_n - V^t V$  که در آن  $V$  برداری است که  $V^t V = 1$ .
۴. ماتریسی متقارن و متعامد است و  $P = I_n - 2VV^t$  که در آن  $V$  برداری است که  $V^t V = 1$ .

۲۰- اگر در روش  $QR$  ماتریس نامنفرد  $A$  را به صورت  $A = QR$  تجزیه کنیم، کدام گزینه صحیح است؟

۱.  $Q$  یک ماتریس متعامد و  $R$  یک ماتریس بالا مثلثی است.
۲.  $Q$  یک ماتریس متقارن و  $R$  یک ماتریس بالا مثلثی است.
۳.  $Q$  یک ماتریس متقارن و  $R$  یک ماتریس پایین مثلثی است.
۴.  $Q$  یک ماتریس بالا مثلثی و  $R$  یک ماتریس پایین مثلثی است.

### سوالات تشریحی

۱- دستگاه معادلات زیر را با استفاده از تجزیه دولیتل حل کنید

$$\begin{cases} 4x_1 + 3x_2 - x_3 = -2 \\ -2x_1 - 4x_2 + 5x_3 = 20 \\ x_1 + 2x_2 + 6x_3 = 7 \end{cases}$$



۱.۴۰ نمره

۲- ثابت کنید اگر  $A$  یک ماتریس هرمیتی باشد آنگاه بردارهای ویژه  $A$  نظیر مقادیر ویژه متمایز، متعامدند.

۱.۴۰ نمره

۳- دستگاه معادلات زیر را در نظر بگیرید:

$$\begin{cases} x_1 + 6x_2 - 2x_3 = 7 \\ x_1 - 3x_2 + 7x_3 = 16 \\ 5x_1 + x_2 + x_3 = 10 \end{cases}$$

ابتدا ترتیب معادلات را به گونه ای تغییر دهید که روش ژاکوبی برای حل این دستگاه همگرا باشد. سپس دو تکرار از این روش را برای تعیین جواب دستگاه فوق بدست آورید.  $X^{(0)} = (0, 0, 0)^t$  انتخاب نمایید.

۱.۴۰ نمره

۴- فرض کنید  $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 & 2 \\ 10 & 3 & 4 \\ 3 & 6 & 1 \end{bmatrix}$  باشد. اگر  $\lambda_1 = 11$  بزرگترین مقدار ویژه ماتریس  $A$  و

$X^{(1)} = (0.5, 1, 0.75)^t$  بردار ویژه  $A$  نظیر  $\lambda_1$  باشد، مجموع دو مقدار ویژه دیگر ماتریس  $A$  را به یکی از روشهای تقلیل بدست آورید.

۱.۴۰ نمره

۵- دستگاه معادلات دیفرانسیل مرتبه اول زیر را حل کنید.

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = 3x(t) - 2y(t) \\ \frac{dy}{dt} = -2x(t) + 3y(t) \end{cases}$$



Asansoal.ir

آسان سوال

وضعیت کلید	پاسخ صحیح	شماره سوال
عادی	د	1
عادی	الف	2
عادی	الف	3
عادی	ب	4
عادی	د	5
عادی	ج	6
عادی	د	7
عادی	الف	8
عادی	الف	9
عادی	الف	10
عادی	ب	11
عادی	د	12
عادی	الف	13
عادی	ج	14
عادی	ج	15
عادی	د	16
عادی	الف	17
عادی	ب	18
عادی	د	19
عادی	الف	20

سوالات تشریحی

۱.۴۰ نمره

۱- تمرین ۱۲ صفحه ۱۱۷

مشابه مثال ۱۱ صفحه ۷۸

۱.۴۰ نمره

۲- قضیه ۱۵ صفحه ۱۳۵

۱.۴۰ نمره

۳- مثال ۲۴ صفحه ۱۰۷

۱.۴۰ نمره

۴- مثال ۲۰ صفحه ۱۸۱ و مثال ۲۱ صفحه ۱۸۵.

۱.۴۰ نمره

۵-

ماتریس ضرایب دستگاه عبارت است:  $A = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}$  که مقادیر ویژه آن برابر است با  $\lambda_1 = 1, \lambda_2 = 5$  و

بردارهای ویژه آن

$$X_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}, X_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$$

می باشند. بنابراین جواب دستگاه نظیر  $\lambda_1 = 1$  عبارت است از

$$x(t) = e^{5t}$$

$$x(t) = e^t$$

و همچنین جواب معادله دیفرانسیل نظیر  $\lambda_2 = 5$  برابر است با  $y(t) = -e^{5t}$  که فرم برداری

آنها به صورت زیر بیان می شود:

$$\begin{bmatrix} x(t) \\ y(t) \end{bmatrix} = e^t \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x(t) \\ y(t) \end{bmatrix} = e^{5t} \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$$

بنابراین جواب عمومی دستگاه عبارت است از :

$$\begin{bmatrix} x(t) \\ y(t) \end{bmatrix} = r_1 e^t \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} + r_2 e^{5t} \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$$

که در آن  $r_1, r_2$  ثابت های دلخواه هستند.



۱- در دستگاه  $Ax = b$  که  $A$  ماتریسی  $m \times n$  است، هرگاه  $rank(A|b) = rank(A) = n$  در این صورت:

۱. دستگاه فاقد جواب است. ۲. دستگاه جواب منحصر بفرد دارد.

۳. دستگاه بی نهایت جواب دارد. ۴. دستگاه بیش از دو جواب دارد.

۲- فرض کنید  $A$  ماتریسی  $n \times n$  باشد. اگر دو برابر سطر اول را به سطر دوم اضافه، سپس سطر دوم را با سطر سوم تعویض کنیم و ماتریس حاصل را  $B$  بنامیم، آنگاه

۱.  $\det(B) = 2 \det(A)$  ۲.  $\det(B) = \det(A)$

۳.  $\det(B) = -\det(A)$  ۴. در ارتباط با دترمینان  $B$  نمی توان اظهار نظر کرد.

۳- فرض کنید  $A$  یک ماتریس مربعی از مرتبه  $n$  باشد. کدام یک از عبارات زیر با وارون پذیری  $A$  معادل نیست؟

۱.  $\det(A) \neq 0$  ۲.  $rank(A) = n$

۳.  $rank(A') = n$  ۴.  $A$  اکیدا قطر غالب باشد.

۴- فرض کنید  $A$  ماتریسی  $n \times n$  باشد. اگر  $rank(A|b) = rank(A) < n$ ، آنگاه دستگاه معادله  $AX = b$  .....

۱. جواب یکتا دارد. ۲. بینهایت جواب دارد.

۳. جواب ندارد. ۴. نمی توان اظهار نظر کرد.

۵- اگر  $A = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ ، آنگاه مقدار  $tr(A^4)$  برابر است با

۱. 8 ۲. 4 ۳. 2 ۴. 0

۶- فرض کنید  $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$  در این صورت

۱.  $\|A\|_\infty = 4, \|A\|_1 = 5$  ۲.  $\|A\|_\infty = 3, \|A\|_1 = 4$  ۳.  $\|A\|_1 = 3, \|A\|_\infty = 4$  ۴.  $\|A\|_1 = 4, \|A\|_\infty = 5$

۷- فرض کنید  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}$ . کدام یک از بردارهای زیر می تواند یک بردار ویژه وابسته به مقدار ویژه  $\lambda = 2$  باشد؟

۱.  $X = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$  ۲.  $X = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$  ۳.  $X = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$  ۴.  $X = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$



۸- در حل دستگاه معادله  $\begin{cases} 0.33x + 0.25y + 0.2z = 0 \\ 0.32x + 0.23y + 0.23z = 1 \\ 0.34x + 0.24y + 0.23z = 2 \end{cases}$  به روش حذفی گاوس و محورگیری جزئی، اولین گام کدام گزینه است؟

۱. جابجایی سطر اول و دوم  
۲. جابجایی سطر اول و سوم  
۳. صفر کردن عنصر  $a_{23}$  در ماتریس افزوده  
۴. صفر کردن عنصر  $a_{33}$  در ماتریس افزوده

۹- اگر  $LU$  تجزیه ماتریس  $A = \begin{bmatrix} 2 & 4 & -6 \\ 1 & 5 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{bmatrix}$  به روش دولیتل باشد، آنگاه مقدار  $l_{21}u_{33}$  برابر است با

۱.  $\frac{3}{2}$   
۲.  $\frac{2}{3}$   
۳. 3  
۴.  $\frac{1}{3}$
- ۱۰- معادله  $\begin{cases} 10x - 2y - z = 3 \\ -x + 5y - z = 6 \\ -x - y + 2z = 3 \end{cases}$  را در نظر بگیرید. با فرض  $X^{(0)} = (0, \frac{1}{2}, 1)$ ، بردار  $X^{(1)}$  به روش ژاکوبی برابر است با
۱.  $X^{(1)} = (\frac{1}{10}, \frac{1}{5}, \frac{1}{2})$   
۲.  $X^{(1)} = (\frac{3}{10}, \frac{6}{5}, \frac{3}{2})$   
۳.  $X^{(1)} = (\frac{1}{2}, \frac{6}{5}, \frac{3}{2})$   
۴.  $X^{(1)} = (\frac{1}{2}, \frac{7}{5}, \frac{7}{4})$

۱۱- دنباله  $X^{(k)} = BX^{(k-1)} + C$  با  $C \neq 0$  را در نظر بگیرید. در این صورت کدام عبارت نادرست است؟

۱. اگر  $\rho(B) < 1$ ، آنگاه دنباله  $X^{(k)}$  به ازای هر انتخاب  $X^{(0)}$  همگراست.  
۲. اگر به ازای هر انتخاب  $X^{(0)}$ ، دنباله  $X^{(k)}$  همگرا باشد، آنگاه  $\rho(B) < 1$ .  
۳. اگر  $\|B\| < 1$ ، آنگاه دنباله  $X^{(k)}$  به ازای هر انتخاب  $X^{(0)}$  همگراست.  
۴. اگر به ازای هر انتخاب  $X^{(0)}$ ، دنباله  $X^{(k)}$  همگرا باشد، آنگاه  $\|B\| < 1$ .

۱۲- روش تصحیح باقیماده روشی است برای ...

۱. بدست آوردن جواب یک دستگاه معادلات  
۲. اصلاح جواب تقریبی بدست آمده یک دستگاه معادلات  
۳. کاهش خطای اولیه دستگاه  
۴. بهبود خطای مقادیر سمت راست دستگاه معادلات



۱۳- فرض کنید  $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$  در این صورت مقدار عددی  $tr(A^2) + \det(A^3)$  برابر است با

۴. 14

۳. 10

۲. 8

۱. 4

۱۴- کدام یک از عبارات زیر درست است؟

۱. اگر  $A$  ماتریسی حقیقی و متقارن باشد، آنگاه مقادیر ویژه  $A$  صفر یا موهومی محض اند.

۲. مقادیر ویژه و بردارهای ویژه ماتریس های  $A$  و  $A^t$  باهم برابرند.

۳. مقادیر ویژه ماتریس های بالامثلثی همان عناصر روی قطر اصلی اند.

۴. دترمینان یک ماتریس با مجموع مقادیر ویژه آن ماتریس برابر است.

۱۵- فرض کنید  $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$  با استفاده از قضیه کیلی-همیلتون مقدار  $A^2 - 6A + 6I$  برابر است با

۴.  $-A^2$ ۳.  $A^2$ ۲.  $-A$ ۱.  $A$ 

۱۶- با استفاده از روش لوریبر و با فرض  $5tr(A) = tr(A^2) = -tr(A^3) = 10$ ، چند جمله ای مشخصه  $A$  برابر است با

$$\lambda^3 - 2\lambda^2 + 3\lambda + 12 = 0 \quad ۲.$$

$$\lambda^3 - 2\lambda^2 - 3\lambda + 12 = 0 \quad ۱.$$

$$\lambda^3 - 2\lambda^2 - 3\lambda - 12 = 0 \quad ۴.$$

$$\lambda^3 - 2\lambda^2 + 3\lambda - 12 = 0 \quad ۳.$$

۱۷- هرگاه  $\theta$  زاویه مورد نیاز در روش گیونز برای تبدیل ماتریس  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & \sqrt{2} \\ 2 & 1 & 2 \\ \sqrt{2} & 2 & 2 \end{bmatrix}$  به یک ماتریس سه قطری باشد در این صورت:

$$\tan(\theta) = \sqrt{2} \quad ۴.$$

$$\tan(\theta) = 2 \quad ۳.$$

$$\tan(\theta) = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad ۲.$$

$$\tan(\theta) = 1 \quad ۱.$$

۱۸- فرض کنید  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ . اگر  $Y^{(1)}$  و  $Y^{(2)}$  بردارهای بدست آمده از روش کریلف با استفاده از بردار اولیه  $Y^{(0)} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$

باشند، آنگاه مقدار  $Y^{(1)t} \cdot Y^{(2)}$  برابر است با

۴. 84

۳. 64

۲. 24

۱. 1



۱۹- محدوده مقادیر ویژه ماتریس  $A = \begin{bmatrix} 1 & 0.5 & 0.5 \\ 0.5 & 1 & 0.25 \\ 0.5 & 0.25 & 1.25 \end{bmatrix}$  کدام گزینه می تواند باشد.

۱. دایره‌ای به مرکز 1.25 و به شعاع 0.5

۲. دایره‌ای به مرکز 1 و به شعاع 0.5

۳. دایره‌ای به مرکز 1 و به شعاع 1

۴. دایره‌ای به مرکز 1.25 و به شعاع 0.75

۲۰- جواب عمومی دستگاه  $\begin{cases} u'(t) = 2u(t) + 6v(t) \\ v'(t) = -2u(t) - 5v(t) \end{cases}$  برابر است با

۱.  $\begin{bmatrix} u(t) \\ v(t) \end{bmatrix} = r_1 e^{-t} \begin{bmatrix} -2 \\ -1 \end{bmatrix} + r_2 e^{-2t} \begin{bmatrix} -3 \\ 2 \end{bmatrix}$

۲.  $\begin{bmatrix} u(t) \\ v(t) \end{bmatrix} = r_1 e^{-t} \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix} + r_2 e^{-2t} \begin{bmatrix} -3 \\ -2 \end{bmatrix}$

۳.  $\begin{bmatrix} u(t) \\ v(t) \end{bmatrix} = r_1 e^{-t} \begin{bmatrix} -3 \\ 2 \end{bmatrix} + r_2 e^{-2t} \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix}$

۴.  $\begin{bmatrix} u(t) \\ v(t) \end{bmatrix} = r_1 e^{-t} \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix} + r_2 e^{-2t} \begin{bmatrix} -3 \\ 2 \end{bmatrix}$

### سوالات تشریحی

۱.۴۰ نمره

۱- نشان دهید ماتریس  $A = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 2 & 5 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$  یک ماتریس معین مثبت است.

۱.۴۰ نمره

۲- دستگاه معادله  $\begin{cases} 2x + 4y - 6z = -4 \\ x + 5y + 3z = 10 \\ x + 3y + 2z = 5 \end{cases}$  را به روش تجزیه کروت حل نمایید.

۱.۴۰ نمره

۳- دستگاه  $\begin{cases} px + y = 1 \\ x + py + z = 2 \\ y + pz = 3 \end{cases}$  را در نظر بگیرید. نشان دهید روش ژاکوبی همگراست اگر و تنها اگر  $p > \sqrt{2}$ .

۱.۴۰ نمره

۴- تقریبی از مقدار ویژه غالب  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$  را با استفاده از روش توانی و با انتخاب  $Y^{(0)} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$  بدست آورید. (تا سه مرحله کافی است)

۱.۴۰ نمره

۵- با استفاده از تبدیلات گیونز، ماتریس متقارن  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$  را به یک ماتریس سه قطری تبدیل نموده و سپس چندجمله‌ای مشخصه آن را بدست آورید.





Asansoal.ir

آسان سوال

وضعیت کلید	پاسخ صحیح	شماره سوال
عادی	ب	۱
عادی	ج	۲
عادی	د	۳
عادی	ب	۴
عادی	الف	۵
عادی	ج	۶
عادی	الف	۷
عادی	ب	۸
عادی	الف	۹
عادی	د	۱۰
عادی	د	۱۱
عادی	ب	۱۲
عادی	د	۱۳
عادی	ج	۱۴
عادی	ب	۱۵
عادی	الف	۱۶
عادی	ب	۱۷
عادی	ج	۱۸
عادی	ج	۱۹
عادی	د	۲۰



سوالات تشریحی

۱.۴۰ نمره

۱- مثال ۲۴ صفحه ۱۴

۱.۴۰ نمره

۲- مثال صفحه ۷۹ کتاب درسی

۱.۴۰ نمره

۳- تمرین ۲۴ صفحه ۱۱۹ کتاب درسی

۱.۴۰ نمره

۴- مثال ۱۳ صفحه ۱۶۰ کتاب درسی

۱.۴۰ نمره

۵- مثال ۲۵ صفحه ۱۹۸ کتاب درسی



۱- در دستگاه  $Ax = b$  که  $A$  ماتریسی  $m \times n$  است، هرگاه  $rank(A|b) = rank(A) = n$  در این صورت:

۱. دستگاه فاقد جواب است. ۲. دستگاه جواب منحصر بفرد دارد.

۳. دستگاه بی نهایت جواب دارد. ۴. دستگاه بیش از دو جواب دارد.

۲- فرض کنید  $A$  ماتریسی  $n \times n$  باشد. اگر دو برابر سطر اول را به سطر دوم اضافه، سپس سطر دوم را با سطر سوم تعویض کنیم و ماتریس حاصل را  $B$  بنامیم، آنگاه

۱.  $\det(B) = 2 \det(A)$  ۲.  $\det(B) = \det(A)$

۳.  $\det(B) = -\det(A)$  ۴. در ارتباط با دترمینان  $B$  نمی توان اظهار نظر کرد.

۳- فرض کنید  $A$  یک ماتریس مربعی از مرتبه  $n$  باشد. کدام یک از عبارات زیر با وارون پذیری  $A$  معادل نیست؟

۱.  $\det(A) \neq 0$  ۲.  $rank(A) = n$

۳.  $rank(A') = n$  ۴.  $A$  اکیدا قطر غالب باشد.

۴- فرض کنید  $A$  ماتریسی  $n \times n$  باشد. اگر  $rank(A|b) = rank(A) < n$ ، آنگاه دستگاه معادله  $AX = b$ .....

۱. جواب یکتا دارد. ۲. بینهایت جواب دارد.

۳. جواب ندارد. ۴. نمی توان اظهار نظر کرد.

۵- اگر  $A = \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ ، آنگاه مقدار  $tr(A^4)$  برابر است با

۱. 8 ۲. 4 ۳. 2 ۴. 0

۶- فرض کنید  $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$  در این صورت

۱.  $\|A\|_\infty = 4, \|A\|_1 = 5$  ۲.  $\|A\|_\infty = 3, \|A\|_1 = 4$  ۳.  $\|A\|_1 = 3, \|A\|_\infty = 4$  ۴.  $\|A\|_1 = 4, \|A\|_\infty = 5$

۷- فرض کنید  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}$ . کدام یک از بردارهای زیر می تواند یک بردار ویژه وابسته به مقدار ویژه  $\lambda = 2$  باشد؟

۱.  $X = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$  ۲.  $X = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$  ۳.  $X = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$  ۴.  $X = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$



۸- در حل دستگاه معادله  $\begin{cases} 0.33x + 0.25y + 0.2z = 0 \\ 0.32x + 0.23y + 0.23z = 1 \\ 0.34x + 0.24y + 0.23z = 2 \end{cases}$  به روش حذفی گاوس و محورگیری جزئی، اولین گام کدام گزینه است؟

۱. جابجایی سطر اول و دوم  
۲. جابجایی سطر اول و سوم  
۳. صفر کردن عنصر  $a_{23}$  در ماتریس افزوده  
۴. صفر کردن عنصر  $a_{33}$  در ماتریس افزوده

۹- اگر  $LU$  تجزیه ماتریس  $A = \begin{bmatrix} 2 & 4 & -6 \\ 1 & 5 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{bmatrix}$  به روش دولیتل باشد، آنگاه مقدار  $l_{21}u_{33}$  برابر است با

۱.  $\frac{3}{2}$   
۲.  $\frac{2}{3}$   
۳. 3  
۴.  $\frac{1}{3}$
- ۱۰- معادله  $\begin{cases} 10x - 2y - z = 3 \\ -x + 5y - z = 6 \\ -x - y + 2z = 3 \end{cases}$  را در نظر بگیرید. با فرض  $X^{(0)} = (0, \frac{1}{2}, 1)$ ، بردار  $X^{(1)}$  به روش ژاکوبی برابر است با
۱.  $X^{(1)} = (\frac{1}{10}, \frac{1}{5}, \frac{1}{2})$   
۲.  $X^{(1)} = (\frac{3}{10}, \frac{6}{5}, \frac{3}{2})$   
۳.  $X^{(1)} = (\frac{1}{2}, \frac{6}{5}, \frac{3}{2})$   
۴.  $X^{(1)} = (\frac{1}{2}, \frac{7}{5}, \frac{7}{4})$

۱۱- دنباله  $X^{(k)} = BX^{(k-1)} + C$  با  $C \neq 0$  را در نظر بگیرید. در این صورت کدام عبارت نادرست است؟

۱. اگر  $\rho(B) < 1$ ، آنگاه دنباله  $X^{(k)}$  به ازای هر انتخاب  $X^{(0)}$  همگراست.  
۲. اگر به ازای هر انتخاب  $X^{(0)}$ ، دنباله  $X^{(k)}$  همگرا باشد، آنگاه  $\rho(B) < 1$ .  
۳. اگر  $\|B\| < 1$ ، آنگاه دنباله  $X^{(k)}$  به ازای هر انتخاب  $X^{(0)}$  همگراست.  
۴. اگر به ازای هر انتخاب  $X^{(0)}$ ، دنباله  $X^{(k)}$  همگرا باشد، آنگاه  $\|B\| < 1$ .

۱۲- روش تصحیح باقیماده روشی است برای ...

۱. بدست آوردن جواب یک دستگاه معادلات  
۲. اصلاح جواب تقریبی بدست آمده یک دستگاه معادلات  
۳. کاهش خطای اولیه دستگاه  
۴. بهبود خطای مقادیر سمت راست دستگاه معادلات



۱۳- فرض کنید  $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$  در این صورت مقدار عددی  $tr(A^2) + \det(A^3)$  برابر است با

۴. 14

۳. 10

۲. 8

۱. 4

۱۴- کدام یک از عبارات زیر درست است؟

۱. اگر  $A$  ماتریسی حقیقی و متقارن باشد، آنگاه مقادیر ویژه  $A$  صفر یا موهومی محض اند.

۲. مقادیر ویژه و بردارهای ویژه ماتریس های  $A$  و  $A^t$  باهم برابرند.

۳. مقادیر ویژه ماتریس های بالامثلثی همان عناصر روی قطر اصلی اند.

۴. دترمینان یک ماتریس با مجموع مقادیر ویژه آن ماتریس برابر است.

۱۵- فرض کنید  $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$  با استفاده از قضیه کیلی-همیلتون مقدار  $A^2 - 6A + 6I$  برابر است با

۴.  $-A^2$ ۳.  $A^2$ ۲.  $-A$ ۱.  $A$ 

۱۶- با استفاده از روش لوریبر و با فرض  $5tr(A) = tr(A^2) = -tr(A^3) = 10$ ، چند جمله ای مشخصه  $A$  برابر است با

$$\lambda^3 - 2\lambda^2 + 3\lambda + 12 = 0 \quad ۲.$$

$$\lambda^3 - 2\lambda^2 - 3\lambda + 12 = 0 \quad ۱.$$

$$\lambda^3 - 2\lambda^2 - 3\lambda - 12 = 0 \quad ۴.$$

$$\lambda^3 - 2\lambda^2 + 3\lambda - 12 = 0 \quad ۳.$$

۱۷- هرگاه  $\theta$  زاویه مورد نیاز در روش گیونز برای تبدیل ماتریس  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & \sqrt{2} \\ 2 & 1 & 2 \\ \sqrt{2} & 2 & 2 \end{bmatrix}$  به یک ماتریس سه قطری باشد در این صورت:

$$\tan(\theta) = \sqrt{2} \quad ۴.$$

$$\tan(\theta) = 2 \quad ۳.$$

$$\tan(\theta) = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad ۲.$$

$$\tan(\theta) = 1 \quad ۱.$$

۱۸- فرض کنید  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ . اگر  $Y^{(1)}$  و  $Y^{(2)}$  بردارهای بدست آمده از روش کریلف با استفاده از بردار اولیه  $Y^{(0)} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$

باشند، آنگاه مقدار  $Y^{(1)t} \cdot Y^{(2)}$  برابر است با

۴. 84

۳. 64

۲. 24

۱. 1



۱۹- محدوده مقادیر ویژه ماتریس  $A = \begin{bmatrix} 1 & 0.5 & 0.5 \\ 0.5 & 1 & 0.25 \\ 0.5 & 0.25 & 1.25 \end{bmatrix}$  کدام گزینه می تواند باشد.

۱. دایره‌ای به مرکز 1.25 و به شعاع 0.5

۲. دایره‌ای به مرکز 1 و به شعاع 0.5

۳. دایره‌ای به مرکز 1 و به شعاع 1

۴. دایره‌ای به مرکز 1.25 و به شعاع 0.75

۲۰- جواب عمومی دستگاه  $\begin{cases} u'(t) = 2u(t) + 6v(t) \\ v'(t) = -2u(t) - 5v(t) \end{cases}$  برابر است با

۱.  $\begin{bmatrix} u(t) \\ v(t) \end{bmatrix} = r_1 e^{-t} \begin{bmatrix} -2 \\ -1 \end{bmatrix} + r_2 e^{-2t} \begin{bmatrix} -3 \\ 2 \end{bmatrix}$

۲.  $\begin{bmatrix} u(t) \\ v(t) \end{bmatrix} = r_1 e^{-t} \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix} + r_2 e^{-2t} \begin{bmatrix} -3 \\ -2 \end{bmatrix}$

۳.  $\begin{bmatrix} u(t) \\ v(t) \end{bmatrix} = r_1 e^{-t} \begin{bmatrix} -3 \\ 2 \end{bmatrix} + r_2 e^{-2t} \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix}$

۴.  $\begin{bmatrix} u(t) \\ v(t) \end{bmatrix} = r_1 e^{-t} \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix} + r_2 e^{-2t} \begin{bmatrix} -3 \\ 2 \end{bmatrix}$

### سوالات تشریحی

۱.۴۰ نمره

۱- نشان دهید ماتریس  $A = \begin{bmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 2 & 5 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$  یک ماتریس معین مثبت است.

۱.۴۰ نمره

۲- دستگاه معادله  $\begin{cases} 2x + 4y - 6z = -4 \\ x + 5y + 3z = 10 \\ x + 3y + 2z = 5 \end{cases}$  را به روش تجزیه کروت حل نمایید.

۱.۴۰ نمره

۳- نشان دهید روش ژاکوبی همگراست اگر و تنها اگر  $p > \sqrt{2}$ .  
دستگاه  $\begin{cases} px + y = 1 \\ x + py + z = 2 \\ y + pz = 3 \end{cases}$  را در نظر بگیرید.

۱.۴۰ نمره

۴- تقریبی از مقدار ویژه غالب  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$  را با استفاده از روش توانی و با انتخاب  $Y^{(0)} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$  بدست آورید. (تا سه مرحله کافی است)

۱.۴۰ نمره

۵- با استفاده از تبدیلات گیونز، ماتریس متقارن  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{bmatrix}$  را به یک ماتریس سه قطری تبدیل نموده و سپس چندجمله‌ای مشخصه آن را بدست آورید.



Asansoal.ir

آسان سوال

وضعیت کلید	پاسخ صحیح	شماره سوال
عادی	ب	۱
عادی	ج	۲
عادی	د	۳
عادی	ب	۴
عادی	الف	۵
عادی	ج	۶
عادی	الف	۷
عادی	ب	۸
عادی	الف	۹
عادی	د	۱۰
عادی	د	۱۱
عادی	ب	۱۲
عادی	د	۱۳
عادی	ج	۱۴
عادی	ب	۱۵
عادی	الف	۱۶
عادی	ب	۱۷
عادی	ج	۱۸
عادی	ج	۱۹
عادی	د	۲۰



### سوالات تشریحی

۱.۴۰ نمره

۱- مثال ۲۴ صفحه ۱۴

۱.۴۰ نمره

۲- مثال صفحه ۷۹ کتاب درسی

۱.۴۰ نمره

۳- تمرین ۲۴ صفحه ۱۱۹ کتاب درسی

۱.۴۰ نمره

۴- مثال ۱۳ صفحه ۱۶۰ کتاب درسی

۱.۴۰ نمره

۵- مثال ۲۵ صفحه ۱۹۸ کتاب درسی